MŰEGYETEM 1782

EFOP-3.4.4 – 16-2017-0025

Bepillantás a jövődbe! –
Komplex műegyetemi pályaorientációs és továbbtanulást segítő programok

Fizika példatár

Dr. Pacher Pál

BME TTK Fizikai Intézet Fizika Tanszék

Az ábrákat Härtlein Károly kollégám készítette

SZÉCHENYI 2020
MAGYARORSZÁG KORMÁNYA
Európai Unió
Európai Szociális Alap
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Tartalomjegyzék

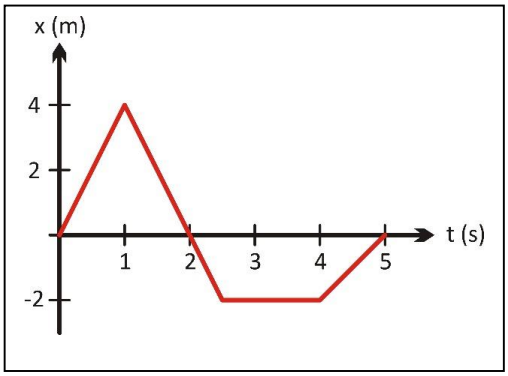
1. Kinematika
2. Dinamika, Newton törvények
3. Munka, energia
4. Lendület
5. Forgatónyomaték, merev test egyensúlya
6. Merev test forgómozgása, tehetetlenségi nyomaték, perdület
7. Folyadékok és gázok mechanikája
8. Rezgések
9. Hullámok
10. Hőtan
11. Hullámok
12. Elektromos áram, egyenáramú áramkörök
13. Elektromágnesség I.
14. Elektromágnesség II.
15. Váltakozó áram
16. Optika
17. Elektromágneses hullámok, hullámoptika

A példatárban a nehezebb feladatok csillaggal vannak jelölve.

1. Kinematika

Egyenes vonalú egyenletes mozgás

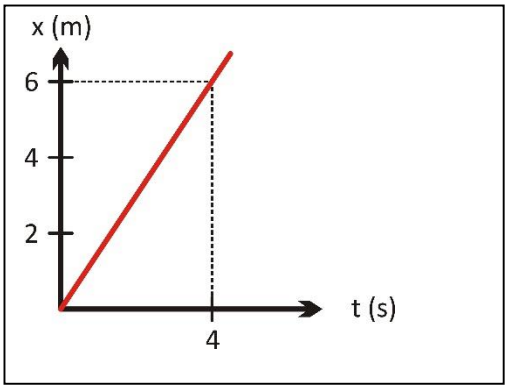
1. Egy teniszező 0 s és 5 s közötti egyenes vonalú mozgása látható az 1.1 ábrán.
   a) Mennyi a teniszező elmozdulása a 0 s és 1 s közötti időintervallumban? 4 m
   b) Mennyi a teniszező által megtett út a 0 s és 1 s közötti időintervallumban? 4 m
   c) Mennyi a teniszező elmozdulása a 0 s és 3 s közötti időintervallumban? -2 m
   d) Mennyi a teniszező által megtett út a 0 s és 3 s közötti időintervallumban? 10 m
   e) Mennyi a teniszező elmozdulása a 0 s és 5 s közötti időintervallumban? 0 m
   f) Mennyi a teniszező által megtett út a 0 s és 5 s közötti időintervallumban? 12 m



1.1 ábra

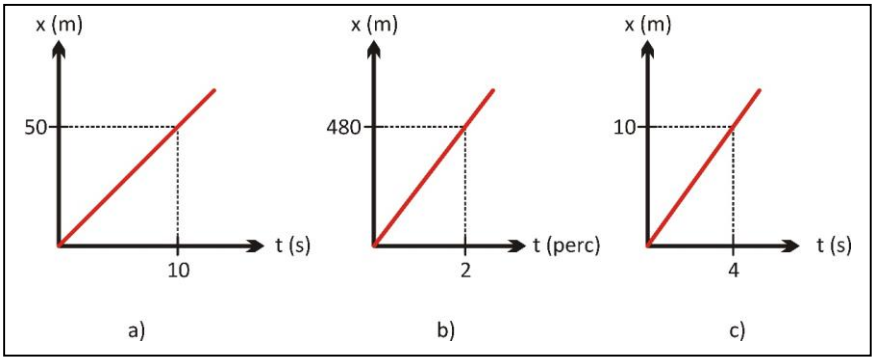
2. A labdarúgó világbajnokság elődöntőjében az egyik horvát játékos 90 perc alatt 14,4 km-t futott. Mennyi volt az átlagsebessége? 2,67 m/s

3. Az 1.2 ábrán egy állandó sebességgel mozgó test helyzet-idő függvénye látható. Mennyi a sebessége? 1,5 m/s



1.2 ábra

4. Az 1.3 ábrán látható helyzet-idő függvények közül melyikhez tartozó mozgásnak legnagyobb a sebessége? Az a) ábrához tartozó mozgás sebessége a legnagyobb, 5 m/s.



1.3 ábra

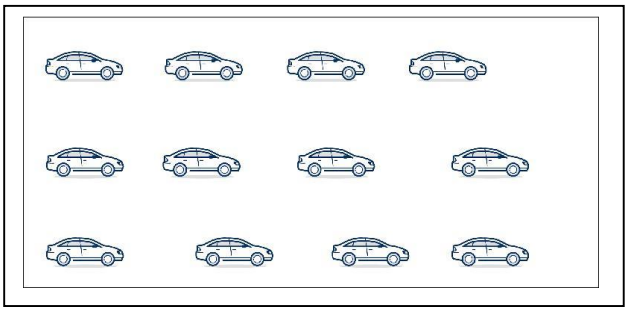
5. Az 1.3 ábrán látható helyzet-idő függvények közül melyikhez tartozó mozgásnak legkisebb a sebessége? A c) ábrához tartozó mozgás sebessége a legkisebb, 2,5 m/s.

6. Egy atléta a 100 m-es sprint számot 10,1 s idővel nyerte meg. A második helyezett időeredménye 10,3 s volt. Milyen távol volt a két futó, amikor a győztes átszakította a célszalagot? 1,94 m

7. * Ha egy autó 1 km-t 40 km/h sebességgel tett meg. akkor mekkora sebességgel kell megtennie a következő 1 km-t, hogy a 2 km-es úton átlagsebessége 50 km/h legyen? 66,67 km/h

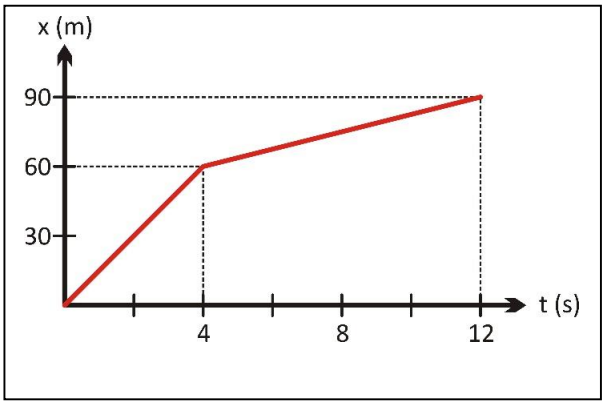
8. * Egy gépkocsi két város között 30 percen keresztül 70 km/h sebességgel, 15 percen keresztül 90 km/h sebességgel, 45 percen keresztül 50 km/h sebességgel haladt és közben 10 percet töltött tankolással és pihenéssel.
   a) Mekkora utat tett meg a gépkocsi a két város között? 95 km
   b) Mennyi a gépkocsi egész útra számított átlagsebessége? 60 km/h

9. Az 1.4 ábrán három autó egyenes vonalú mozgásáról azonos időközökben készült sorozatfelvétel látható.
   a) Melyik sorban lévő autó gyorsul? a második sorban lévő
   b) Melyik sorban lévő lassul? a harmadik sorban lévő
   c) Melyik sorban lévő autó mozgása egyenletes? az első sorban lévőé



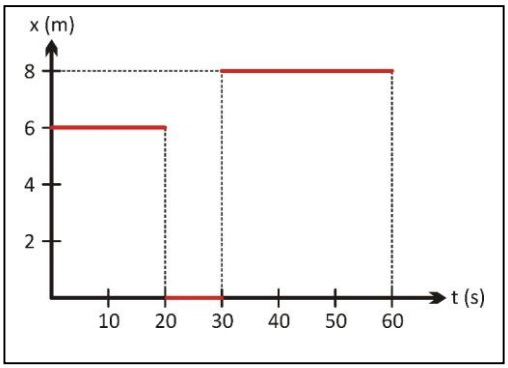
1.4 ábra

10. A grafikonon egy test elmozdulása látható az idő függvényében (1.5 ábra).
    a) Mennyi a test sebessége az első szakaszon? 15 m/s
    b) Mennyi a test sebessége a második szakaszon? 3,75 m/s
    c) Mennyi a test átlagsebessége a 2 s és 8 s közötti időintervallumban? 7,5 m/s
    d) Mennyi a test teljes elmozdulásra számított átlagsebessége? 7,5 m/s



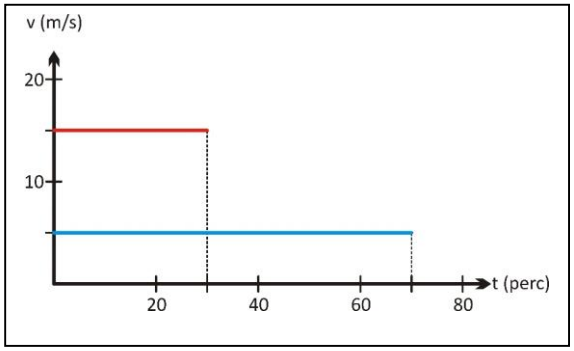
1.5 ábra

11. Az grafikonon egy atléta sebesség-idő függvénye látható (1.6 ábra).
    a) Hány métert futott 40 s alatt? 200 m
    b) Mennyi volt az átlagsebessége az első 30 másodpercben? 4 m/s



1.6 ábra

12. Az 1.7 ábrán két test sebesség-idő grafikonja látható.
    a) Melyik test tett meg nagyobb utat? A 15 m/s sebességű test.
    b) Mekkora utat tett meg a kisebb sebességgel mozgó test? 21 000 m
    c) Mekkora utat tett meg a nagyobb sebességgel mozgó test? 27 000 m



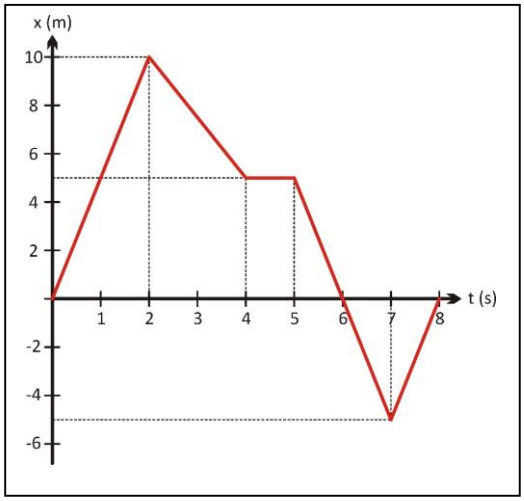
1.7 ábra

13. * Egy motorkerékpár egy hosszú egyenes útszakaszt 20 m/s állandó sebességgel tesz meg, majd gyorsan megfordul és a 30 m/s állandó sebességgel haladva visszaérkezik a kiinduló ponthoz.
    a) Mennyi a motoros egész útra számított átlagsebessége? 24 m/s
    b) Mennyi az átlagsebesség vektor értéke? 0 m/s

14. * Egy gépkocsi 32 km hosszúságú utat tett meg. Ha az első 10 km-es városi szakaszt 25 km/h sebességgel tette meg, mekkora sebességgel kellett haladnia az út hátralévő országúti szakaszán, ha a teljes menetidő 45 perc volt? 62,86 km/h

15. Az 1.8 ábrán egy az *x*-tengely mentén mozgó test helyzet-idő függvénye látható.
    a) Mennyi az átlagsebesség vektor értéke a 0 és 2 s közötti időintervallumban? 5 m/s
    b) Mennyi az átlagsebesség vektor értéke a 0 és 4 s közötti időintervallumban? 1.25 m/s
    c) Mennyi az átlagsebesség vektor értéke a 2 s és 4 s közötti időintervallumban? -2,5
    d) Mennyi az átlagsebesség vektor értéke a 4 s és 7 s közötti időintervallumban? -3,33

e) Mennyi az átlagsebesség vektor értéke a 0 s és 8 s közötti időintervallumban? 0 m/s
f) Mennyi a test elmozdulása a 0 s és 2 s közötti időintervallumban? 10 m
g) Mennyi a test elmozdulása a 0 s és 4 s közötti időintervallumban? 5 m
h) Mennyi a test elmozdulása a 4 s és 7 s közötti időintervallumban? -10 m
i) Mennyi a test elmozdulása a 0 s és 8 s közötti időintervallumban? 0 m
j) Mekkora utat tett meg a test 0 s és 4 s közötti időintervallumban? 15 m
k) Mekkora utat tett meg a test a 4 s és 7 s közötti időintervallumban? 10 m
l) Mekkora utat tett meg a test a 0 s és 8 s közötti időintervallumban? 30 m
m) Mennyi az átlagsebesség értéke a 0 s és 8 s közötti időintervallumban? 3,75 m/s



1.8 ábra

16. Az 1.8 ábrán egy az *x*-tengely mentén mozgó test helyzet-idő függvénye látható.
a) Mennyi a test pillanatnyi sebessége a t = 1 s időpontban? 5 m/s
b) Mennyi a test pillanatnyi sebessége a t = 3 s időpontban? -2,5 m/s
c) Mennyi a test pillanatnyi sebessége a t = 4,5 s időpontban? 0 m/s
d) Mennyi a test pillanatnyi sebessége a t = 7,5 s időpontban? 5 m/s

17. Egy teniszező egyenes vonalú mozgása látható az 1.1 ábrán.
a) Mennyi a teniszező átlagsebessége a 0 s és 1 s közötti időintervallumban? 4 m/s
b) Mennyi a teniszező átlagsebessége a 0 s és 2 s közötti időintervallumban? 0 m/s
c) Mennyi a teniszező átlagsebessége a 0 s és 4 s közötti időintervallumban? -0,5 m/s
d) Mennyi a teniszező átlagsebessége a 0 s és 5 s közötti időintervallumban? 0 m/s
e) Mennyi a teniszező pillanatnyi sebessége a t = 0,5 s időpontban? 4 m/s
f) Mennyi a teniszező pillanatnyi sebessége a t = 2 s időpontban? -4 m/s
g) Mennyi a teniszező pillanatnyi sebessége a t = 3 s időpontban? 0 m/s
h) Mennyi a teniszező pillanatnyi sebessége a t = 4,5 s időpontban? 2 m/s

18. * Egy kocogó egyenes vonal mentén 5 m/s sebességgel fut *A* pontból *B*-be, majd visszafelé *B*-ből *A*-ba 3 m/s sebességgel.
    a) Mennyi a kocogó teljes útra számított átlagsebessége? 3,75 m/s
    b) Mennyi a kocogó teljes útra számított átlagsebesség vektora? 0 m/s

19. Két személygépkocsi azonos irányban halad az autópályán; a lassabb 90 km/h állandó sebességgel, a gyorsabb 120 km/h állandó sebességgel.
    a) Mennyivel előbb ér a gyorsabb személygépkocsi a 20 km-re lévő célba, ha ugyanarról a helyről egyszerre indultak? 199,2 s
    b) Mekkora utat tett meg a lassabb gépjármű a gyorsabb beérkezéséig? 15 km

20. Ha két személygépkocsi közül a lassabb 90 km/h állandó sebességgel, a gyorsabb 120 km/h állandó sebességgel halad azonos irányban, akkor ugyanarról a helyről mennyivel később indult a gyorsabb személygépkocsi, ha ugyanakkor ért a 10 km távoli célba, mint a lassabb? 0,9 s

21. Egy motorkerékpáros 10 perc pihenőidőt kivéve 90 km/h állandó sebességgel haladt.
    a) Mekkora utat tett meg, ha átlagsebessége 72 km/h volt? 60 km
    b) Mennyi ideig tartott utazása? 3000 s (50 perc)
    .

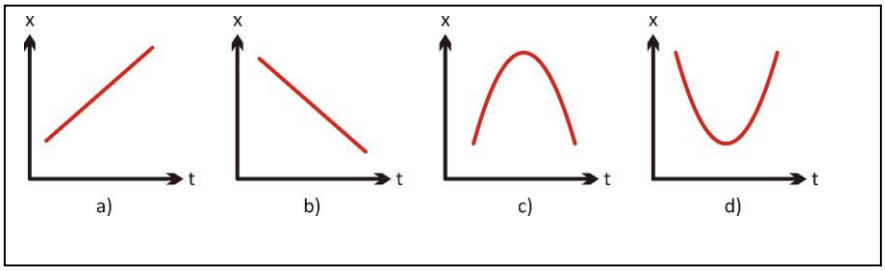
Gyorsulás, egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás.

22. Egy motorkerékpár 4 s alatt gyorsul fel 90 km/h sebességre. Mennyi az átlagos gyorsulása? 6,25 m/s^2.

23. Egy repülőgép felszállási sebessége 84 m/s. Milyen hosszú kifutópályára van szükség a biztonságos felszálláshoz, ha a repülőgép átlagos gyorsulása 1,4 m/s^2? 2520 m

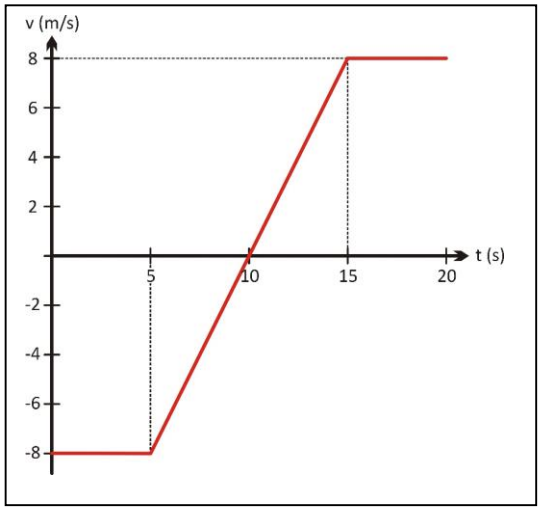
24. A Cessna repülőgép felszállási sebessége 120 km/h. Mekkora az átlagos gyorsulása, ha a kifutópályán 250 m-t tesz meg a felszállásig? 2,22 m/s^2

25. Négy mozgás hely-idő függvénye látható az 1.9 ábrán.
    a) Melyik esetben pozitív a gyorsulás? d
    b) Melyik esetben negatív a gyorsulás? c
    c) Melyik esetben zérus a gyorsulás? a, b



1.9 ábra

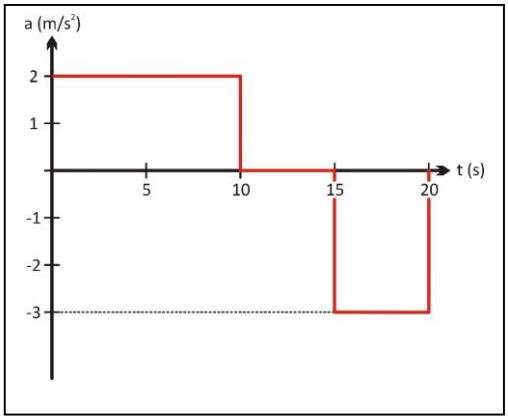
26. Egyenes vonalban mozgó test sebesség-idő függvénye látható az 1.10 ábrán.
    a) Mekkora a test átlagos gyorsulása a 0 és 5 s közötti időintervallumban? 0 m/s^2
    b) Mekkora a test átlagos gyorsulása az 5 és 15 s közötti időintervallumban? 1,6 m/s^2
    c) Mekkora a test átlagos gyorsulása a 0 és 20 s közötti időintervallumban? 0,8 m/s^2
    d) Mennyi a test pillanatnyi gyorsulása a t = 2 s időpontban? 0 m/s^2
    e) Mennyi a test pillanatnyi gyorsulása a t = 10 s időpontban? 1,6 m/s^2
    f) Mennyi a test pillanatnyi gyorsulása a t = 18 s időpontban? 0 m/s^2



1.10 ábra

27. * Kezdetben nyugalomban lévő test gyorsulás-idő függvénye látható az 1.11 ábrán.
    a) Mennyi a test sebessége a t = 5 s időpontban? 10 m/s
    b) Mennyi a test sebessége a t = 10 s időpontban? 20 m/s

c) Mennyi a test sebessége a t = 20 s időpontban? 5 m/s
d) Mennyi a test 20 s alatti elmozdulása? 262,5 m



1.11 ábra

28. * Az x - tengely mentén állandó gyorsulással mozgó test sebessége az x = 3 cm koordinátájú pontban 12 cm/s a pozitív x - tengely irányában. Mennyi a gyorsulása, ha 2 s múlva x - koordinátája 25 cm? -1 m/s^2

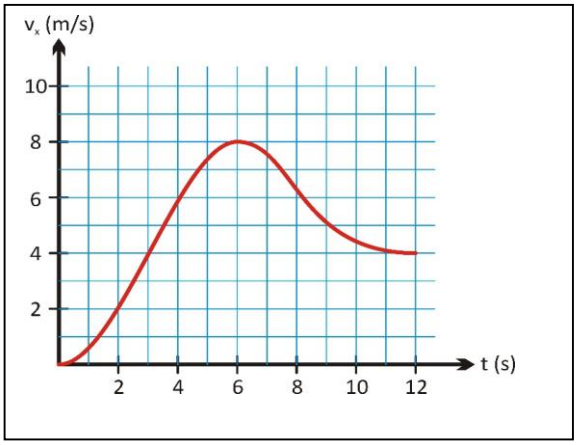
29. * Egy gépjármű 8 s alatt 50 m utat tesz meg, miközben sebessége egyenletesen lassulva 3 m/s-ra csökken.
a) Mennyi a gépjármű gyorsulása? -0,8125 m/s^2
b) Mennyi a gépjármű kezdeti sebessége? 9,5 m/s

30. * Nyugalomból induló gépjármű 8 másodpercig 2 m/s^2 gyorsulással halad. Ekkor a vezető rálép a fékre, aminek következtében a gépjármű gyorsulása -3 m/s^2 -re változik. Ha a gépjárművezető 2,5 s időtartamig fékez
a) mennyi a gépjármű sebessége a fékezés végén? 8,5 m/s
b) mekkora utat tett meg a gépjármű? 94,625 m

31. * Nyugalomból induló gépjármű 15 másodpercig 2 m/s^2 gyorsulással mozog, majd állandó sebességgel halad 90 másodpercig. Ezt követően a vezető fékez és a gépjármű állandó gyorsulással 5 s alatt megáll.
a) Mekkora utat tett meg a gépjármű? 3000 m
b) Mekkora a fékezés közbeni gyorsulása? -6 m/s^2
c) Mennyi gépjármű átlagsebessége? 27,27 m/s

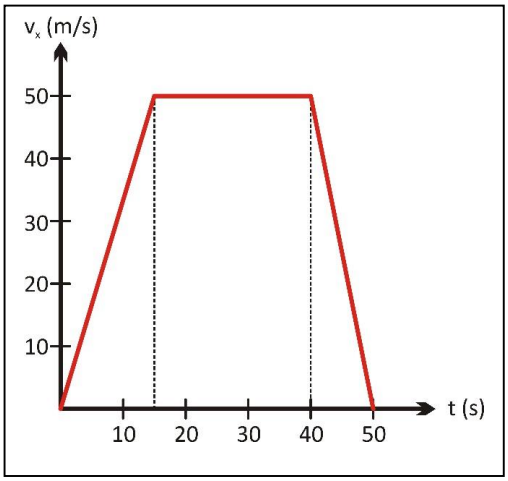
32. * Az 1.12 ábrán egy nyugalomból induló egyenes vonalú pályán mozgó gépjármű sebesség-idő függvénye látható.
a) Mennyi a gépjármű átlagos gyorsulása a 0 és 6 s közötti időintervallumban?
1,33 m/s^2

b) Melyik időpillanatban maximális a pozitív irányú gyorsulás? 3,5 s
c) Mennyi a pozitív irányú gyorsulás legnagyobb értéke? 2 m/s^2
d) Melyik időpillanatban zérus a gyorsulás értéke? 6 s
e) Mennyi a negatív irányú gyorsulás legnagyobb értéke? -1,5 m/s^2
f) Melyik időpillanatban maximális a negatív irányú gyorsulás? 7,5 s



1.12 ábra

33. Az 1.13 ábrán egy sportkocsi sebesség-idő függvénye látható.
a) Mekkora utat tett meg a jármű 50 s alatt? 1875 m
b) Mennyi a sportkocsi gyorsulása a *t* = 10 s időpontban? 3,33 m/s^2
c) Mennyi a sportkocsi gyorsulása a *t* = 25 s időpontban? 0 m/s^2
d) Mennyi a sportkocsi gyorsulása a *t* = 45 s időpontban? -5 m/s^2



1.13. ábra

34. Az *x* - tengely mentén állandó gyorsulással mozgó test hely-idő függvényét az $x(t) = 6 - 3\,t - 2\,t^2$ egyenlet adja meg. Minden mennyiség értéke SI egységekben van megadva.
   a) Mennyi a test kezdősebessége? -3 m/s
   b) Mennyi a test kezdeti helyzete? 6 m
   c) Mennyi a test gyorsulása? -4 m/s^2

35. * Az *x* - tengely mentén mozgó test hely-idő függvényét az $x(t) = 4 + 3\,t - 4\,t^2$ egyenlet adja meg. Minden mennyiség értéke SI egységekben van megadva.
   a) Mikor vált előjelet a mozgás iránya? 0,375 s
   b) Milyen koordináta értéknél vált előjelet a mozgás iránya? -5,53 m
   c) Mennyi lesz a sebessége, amikor visszatér kezdeti (a *t* = 0 időpillanatban felvett) helyzetébe? -6,1 m/s
   d) Mekkora utat tesz meg a test, amíg visszaér kezdeti (*t* = 0 időpillanatban felvett) helyzetébe? 11,06 m

Szabadesés, függőleges hajítás

36. 1,5 m magasból leejtünk egy követ. Mennyi idő múlva ér földet? 0,553 s

37. 1,5 m magasból leejtünk egy követ. Milyen sebességgel ér földet? 5,42 m/s

38. * Egy követ 14 m/s sebességgel függőlegesen felfelé hajítottunk el.
   a) Az elhajítás helyéhez képest milyen magasan lesz 1 s múlva? 9,1 m
   b) Az elhajítás helyéhez képest milyen magasan lesz 2 s múlva? 8,4 m
   c) Mekkora és milyen irányú a sebessége 1 s múlva? 4,2 m/s függőlegesen felfelé
   d) Mekkora és milyen irányú a sebessége 2 s múlva? -5,6 m/s függőlegesen lefelé

39. * 20 m magas épület párkányáról egy követ 10 m/s sebességgel függőlegesen lefelé hajítunk el.
   a) Milyen távol lesz a kő az eldobás helyétől 0,5 s múlva? 13,775 m
   b) Mekkora a kő sebessége 0,5 s múlva? -14,9 m/s függőlegesen lefelé
   c) Mennyi idő múlva ér talajt a kő? 1,24 s

40. * Egy testet 15 m/s sebességgel függőlegesen felfelé hajítunk el.
   a) Mennyi idő alatt ér pályája csúcspontjára? 1,53 s
   b) Milyen maximális magasságra jut el? 11,48 m
   c) Mennyi a sebessége abban a pillanatban, amikor 10 m-rel van az elhajítás helye felett és felfelé mozog? 5, 39 m/s

41. * Egy követ a szakadék szélétől függőlegesen felfelé dobunk el. A kő 10 m magasra emelkedik, majd a 20 m mély szakadék alján ér talajt.
   a) Milyen sebességgel dobtuk el a követ? 14 m/s

b) Mennyi idő múlva ér földet? 3,9 s
c) Mekkora sebességgel ér földet? -24,26 m/s

42. Egy test helykoordinátája az $y(t) = 12 + 8\,t - 4{,}9\,t^2$ függvény szerint változik.
a) Mennyi a test kezdősebessége? 8 m/s
b) Mennyi a test gyorsulása? -9,8 m/s^2
c) Mennyi a test sebessége a t = 2 s időpillanatban? -11,6 m/s

43. * Egy kavicsot 6 m/s sebességgel függőlegesen feldobunk. Mikor lesz 1 m magasan?
1,95 s és 10,05 s

44. * 2 m/s sebességgel süllyedő hőlégballonból kiejtenek egy homokzsákot.
a) Mennyi a homokzsák talajhoz viszonyított sebessége 3 s múlva? -31,4 m/s
b) Mekkora utat tesz meg a homokzsák 3 s alatt? 50,1 m
c) 3 s múlva milyen távol lesz a homokzsák a léghajótól, ha a zsák kiejtésének pillanatában a hőlégballon süllyedési sebessége 1 m/s-ra csökken? 47,3 m

45. * 1 m/s sebességgel emelkedő léghajóból kiesik egy kavics.
a) Mennyi a kavics talajhoz viszonyított sebessége 2 s múlva? -18,6 m/s
b) Milyen távol lesz a kavics a léghajótól 2 s múlva? 19,6 m

46. * 40 m mély kútba egy kavicsot ejtünk. Mennyi idő múlva halljuk a kavics csobbanását, ha a hang terjedési sebessége 340 m/s? 3 s

47. * Mély kútba egy kavicsot ejtünk. Milyen mély a kút, ha a kavics csobbanását 2 s múlva halljuk. A hang terjedési sebessége 340 m/s. 18,55 m

48. * Egy épületpárkányról lehulló cserép 0,18 s alatt halad el egy 2 m magas ablak előtt. Milyen távolságra van a párkány az ablak felső szélétől? 5,34 m

49. * Egy leejtett csapágygolyó útjának talajra érkezés előtti utolsó harmadát 0,5 s alatt teszi meg.
a) Milyen magasról esett le a csapágygolyó? 36,38 m
b) Milyen sebességgel ér talajt a csapágygolyó? 26,7 m/s

50. * Egy rakéta modellt 40 m/s sebességgel indítunk függőlegesen felfelé. A rakéta felfelé irányuló állandó gyorsulása 2,5 m/s^2. 120 m magasságban leáll a rakéta motorja.
a) Milyen maximális magasságra jut el a rakéta? 4,11 m
b) Az indítás pillanatától számítva mennyi idő alatt éri el a rakéta a maximális magasságát?
c) Mennyi ideig tartózkodik a rakéta a levegőben? 9,88 s

Mozgás két dimenzióban, ferde hajítás

51. Egy motoros 3 percen keresztül 20 m/s sebességgel keleti irányba, majd 2 percen keresztül 25 m/s sebességgel déli irányba, végül 1 percen keresztül 30 m/s sebességgel északnyugati irányba halad.
    a) Mekkora utat tett meg a motoros? 8400
    b) Mekkora és milyen irányú a motoros eredő elmozdulás vektora? 2898,4 m, -36,6°
    c) Mekkora az egész útra számított átlagsebesség? 23,33 m/s
    d) Mekkora és milyen irányú az egész útra számított átlagsebesség vektor? 8,05 m/s, -36,6°
52. * Egy az origóban lévő test *x* irányú gyorsulása 4 m/s^2 *y* irányú sebessége 25 m/s. *t* = 2 s múlva
    a) mennyi a test helyzetvektorának *x* és *y* komponense? *x* = 8 m, *y* = 50 m
    b) mennyi a sebességének *x* és *y* komponense? v_x = 8 m/s, v_y = 25 m/s
53. * Egy golyó legurul a 0.8 m magas asztalról és a szélétől 0.3 m távolságban ér földet.
    a) Mekkora sebességgel hagyta el a golyó az asztalt? 0,74 m/s
    b) Mekkora a golyó sebessége a földet érés pillanatában? 4,02 m/s
    c) Milyen irányú a golyó sebessége a földet érés pillanatában? -79,4°
54. * Magas épület ablakából 30°-kal a vízszintes irány felett, 10 m/s kezdősebességgel hajítunk el egy labdát. A labda 3 s múlva ér földet.
    a) Mikor ér a labda a legmagasabbra? 0,51 s
    b) Mennyi a labda eldobás helyétől mért legnagyobb magassága? 1,27 m
    c) Milyen magasról dobtuk el a labdát? 29,1 m
    d) Az épülettől milyen távol ér földet a labda? 26 m
55. * Egy épület 30 m magasságban lévő párkányáról 8 m/s sebességgel hajítunk el egy követ 30°-kal a vízszintes alatti irányban.
    a) Mikor ér földet a kő? 2,09 s
    b) Az épülettől milyen távol ér földet a kő? 14,55 m
    c) Mekkora és milyen irányú a kő sebessége a földet érés pillanatában? 25,44 m/s, -74,2°
56. * Egy égő épülettől *d* távolságra lévő tűzoltó a vízszintes feletti θ_o szöggel irányítja a tűzoltófecskendőt az épületre. Mekkora magasságban éri el a vízsugár az épületet, ha a fecskendőből kilépő vízsugár sebessége v_0? $d \tan\theta_0 - \frac{gd^2}{2v_0^2 \quad cos^2\theta_0}$
57. * Egy űrhajós egy különös bolygón azt tapasztalja, hogy 3 m/s kezdősebességgel 15 m maximális távolságra tud ugrani. Mekkora a gravitációs gyorsulás értéke ezen a bolygón? 0,6 m/s^2
58. * Mekkora vízszintes feletti szöggel hajítottunk el egy testet, ha maximális magasságánál kétszer nagyobb távolságra ér földet? 15°

Körmozgás

59. Egy atléta a tenyerében lévő diszkoszt 1 m sugarú, vízszintes körpályán forgatja. Mekkora a diszkosz centripetális gyorsulása, amikor sebessége 18 m/s? 324 m/s^2
60. Mekkora a Föld egyenlítőjén nyugalomban lévő testeknek a Föld forgása következtében fellépő centripetális gyorsulása? 0,0337 m/s^2
61. Egy merevlemez percenként 7200-at fordul.
    a) Mennyi a merevlemez szögsebessége? 753,6 rad/s
    b) Mennyi a merevlemez periódusideje? 8,33 ms
    c) Mennyi a merevlemez tengelyétől 2,5 cm távolságra lévő pontjának kerületi sebessége? 18,84 m/s

d) Mennyi a merevlemez tengelytől 2,5 cm távolságra lévő pontjának centripetális gyorsulása? 14197,8 m/s^2

62. Egy 0.4 m sugarú autókerék percenként 150-et fordul.
    a) Mekkora a futófelületbe beszorult kavics sebessége? 6,28 m/s
    b) Mekkora kavics centripetális gyorsulása? 98,6 m/s^2
    c) Mekkora a kerék szögsebessége? 15,7 rad/s
63. * Egy autó egy vízszintes síkban lévő kanyarban 10 s alatt egyenletesen csökkenti sebességét 25 m/s –ról 15 m/s-ra. A körív sugara 200 m. Amikor az autó sebessége 15 m/s,
    a) mekkora az érintőirányú gyorsulása? -1 m/s^2
    b) mekkora a centripetális gyorsulása? 1,125 m/s^2
    c) mekkora az eredő gyorsulása? 1,5 m/s^2
    d) mekkora a sebességvektor és gyorsulásvektor által bezárt szög? 131,63°
64. Egy versenyautó 300 m sugarú körpályán állandó 40 m/s sebességgel halad.
    a) Mennyi az autó szögsebessége? 0,13 rad/s
    b) Mennyi az autó gyorsulásának nagysága? 5,33 m/s^2
    c) Milyen irányú az autó gyorsulása? a kör középpontja felé mutat
65. * 30 m sugarú körpályán haladó motor sebessége egyenletesen 0,5 m/s^2 -al növekszik. Amikor a motor pillanatnyi sebessége 3 m/s,
    a) mennyi a motor centripetális gyorsulása? 0,3 m/s^2
    b) mennyi a motor eredő gyorsulása? 0,58 m/s^2
    c) mennyi a sebességvektor és a gyorsulásvektor által bezárt szög? 31°
66. * Egy kezdetben nyugalomban lévő, állandó szöggyorsulással forgó 0,5 m sugarú kerék szögsebessége 3 s múlva 12 rad/s.
    a) Mennyi a kerék szöggyorsulása? 4 rad/s^2
    b) Mennyi a kerék peremén lévő pontok érintőirányú gyorsulásának nagysága? 2 m/s^2
    c) Mennyi a 3 s alatti szögelfordulás értéke radiánban? 18 rad
    d) Mekkora utat tesz meg egy a kerék peremén lévő pont 3 s alatt? 9 m
    e) Mennyi egy, a kerék peremén lévő pont eredő gyorsulása a t = 3 s pillanatban? 72,03 m/s^2
67. Egy motor szögsebessége 1800 rad/s. Kikapcsolva 60 rad/s^2 állandó szöggyorsulással lassul.
    a) Mennyi idő múlva áll meg a motor? 30 s
    b) Mennyi a motor szögelfordulása radiánban? 27000 rad
68. Egy ultracentrifuga fordulatszáma 3600/perc. Kikapcsolás után a megállásig 60 fordulatot tesz meg. Mennyi a centrifuga állandó szöggyorsulása? -188,4 rad/s^2
69. * Egy kerék 3 s alatti 40-et fordul.
    a) Mennyi a kerék állandó szöggyorsulása, ha szögsebessége a t = 3 s pillanatban 98 rad/s? 9,51 rad/s^2
    b) Mennyi a kerék szögsebessége a t = 0 pillanatban? 69,46 rad/s
70. Kezdetben nyugalomban lévő autó egyenletesen gyorsulva 10 s alatt 25 m/s sebességre tesz szert. Kerekének átmérője 0,58 m.

a) Hányat fordul a kereke ezen idő alatt? 68,64
b) Mennyi a kerék szögsebessége a t = 10 s pillanatban? 86,2 rad/s

Galilei transzformáció

71. Egy folyó áramlási sebessége 6 km/h. Egy hajó a vízhez képest 18 km/h sebességgel halad a folyón „felfelé”.
    a) Mennyi a hajó parthoz viszonyított sebessége? 12 km/h
    b) Mennyi idő múlva ér a hajó a 24 km-re lévő kikötőbe? 2 h
72. * Egy folyó áramlási sebessége 0,5 m/s. Egy úszó a folyón „felfelé” (a parthoz képest) 500 m távolságot tesz meg, majd megfordul és a vízhez viszonyítva változatlan sebességgel úszik a kiindulási pontig. Ha az úszó sebessége álló vízben 1,4 m/s,
    a) mennyi idő múlva ér vissza a kiindulási ponthoz? 818,71 s
    b) mennyi az egész útra számított (parthoz viszonyított) átlagsebessége? 1,22 m/s
73. * Egy folyó áramlási sebessége 3 km/h. Egy csónak a vízhez képest 10 km/h sebességgel halad folyón „felfelé” egy 30 km távol lévő szigetig, ahol megfordul és a vízhez képest változatlan sebességgel halad a kiindulópontig.
    a) A sziget felé vezető úton mekkora a csónak parthoz viszonyított sebessége? 7 km/h
    b) Mennyi idő alatt éri el a csónak szigetet? 4,29 h
    c) A visszaúton mekkora a csónak parthoz viszonyított sebessége? 13 km/h
    d) Mennyi ideig tart a csónak szigettől a kiindulópontig tartó útja? 2,31 h
    e) Mennyi a csónak egész útra számított átlagsebessége? 9,09 km/h
    f) Mekkora utat tett meg a csónak a folyón? 66 km
    g) Mekkora a csónak parthoz viszonyított elmozdulása? 0
    h) Mekkora a csónaknak a vízhez viszonyított elmozdulása? 19,8 km

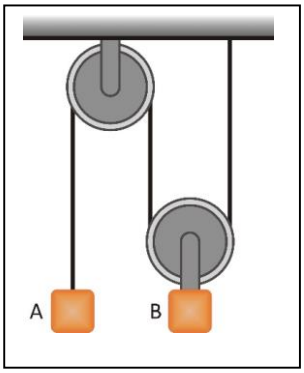
74. Egy autó 15 m/s sebességgel nyugat felé halad. Az esőcseppek a Földhöz képest függőleges állandó sebességgel esnek. Az oldalsó ablakon az esőcseppek nyoma a függőlegessel 60°-os szöget zár be.
    a) Mennyi az esőcseppek gépkocsihoz viszonyított sebessége? 17,32 m/s
    b) Mennyi az esőcseppek Földhöz viszonyított sebessége? 8,66 m/s
75. * Egy repülőgép iránytűje szerint keleti irányba halad. A repülőgép levegőhöz viszonyított sebessége 160 km/h. Ha 40 km/h sebességű északi szél fúj,
    a) mennyi a repülőgép Földhöz viszonyított sebességének nagysága? 164,92 km/h
    b) milyen irányú a repülőgép Földhöz viszonyított sebessége? 14° kelettől északra
76. Egy állandó sebességgel haladó vasúti kocsi mennyezetéből kiesik egy meglazult csavar.
    a) Esés közben mekkora és milyen irányú a csavar vasúti kocsihoz viszonyított gyorsulása? 9,8 m/s^2
    b) Esés közben mekkora és milyen irányú a csavar Földhöz viszonyított gyorsulása? 9,8 m/s^2
77. * Keleti irányba 2 m/s^2 gyorsulással haladó vasúti kocsi mennyezetéből kiesik egy meglazult csavar.
    a) Esés közben mekkora és milyen irányú a csavar vasúti kocsihoz viszonyított gyorsulása? 10 m/s^2, 11,53° a függőlegestől nyugatra
    b) Esés közben mekkora és milyen irányú a csavar Földhöz viszonyított gyorsulása? 9,8 m/s^2 függőlegesen lefelé

2. Dinamika, Newton törvények

1. Az m_1 tömegű testre ható erő következtében a test gyorsulása 4 m/s^2. Ha ugyanaz az erő az m_2 tömegű testre hat, az a test 2 m/s^2 gyorsulását okozza. Mennyi az m_1 / m_2 hányados értéke? 0,5
2. Mekkora eredő erő szükséges ahhoz, hogy egy 1200 kg tömegű gépkocsi egyenes úton egyenletesen gyorsulva 150 m megtétele után 25 m/s sebességet érjen el? 2500 N
3. Egy 2 kg tömegű test gyorsulásának *x* irányú összetevője 3 m/s^2 , y irányú összetevője -4 m/s^2.
   a) Mennyi a testre ható eredő erő nagysága? 10 N
   b) Milyen irányú az eredő erő? -53,13°
4. Két egymásra merőleges erő hat egy 2 kg tömegű testre; a keleti irányba ható erő nagysága 20 N, az északi irányba ható erőé 10 N.
   a) Mennyi a testre ható eredő erő nagysága? 22,36 N
   b) Milyen irányú az eredő erő? 26,57° K-től É-ra
   c) Mennyi a test gyorsulásának nagysága? 11,18 m/s^2
5. Két egymással 30°-os szöget bezáró erő hat egy testre; a keleti irányba ható erő nagysága 20 N, a keleti iránytól 30°-al északi felé ható erőé 10 N.
   a) Mennyi a testre ható eredő erő nagysága? 29 N
   b) Milyen irányú az eredő erő? 9,9° K-től É-ra
6. Egy testre három erő hat, ezek komponensei: F_{1x}= -2 N, F_{1y}= -3 N, F_{2x}= 5 N, F_{2y}= 2 N, F_{3x}= -7 N, F_{3y}= -1 N. A test gyorsulása 2,5 m/s^2.
   a) Mi a gyorsulás iránya? 206,56°
   b) Mennyi a test tömege? 1,79 kg
   c) Ha a test kezdetben nyugalomban volt, 10 s múlva mennyi lesz sebességének *x* és *y* komponense? -22,4 m/s; -11,2 m/s
7. Egy nyugalomban lévő testre három erő hat. Ha F_{1x}= -2 N, F_{1y}= -3 N, F_{2x}= 5 N, F_{2y}= 4 N. Mivel egyenlő a harmadik erő *x* és *y* komponense? -3 N; -1 N
8. Autópálya egyenes szakaszán állandó sebességgel halad egy kamion. Mennyi a kamionra ható erők eredője? 0 N
9. Mennyezetre szerelt csigán átvetett fonál mindkét végéhez ugyanakkora, 2 kg tömegű test van rögzítve. (A csiga és a fonál tömegétől tekintsünk el.)
   a) Mekkora a fonálerő értéke? 19,62 N
   b) Mekkora erő ébred a csiga felfüggesztésében? 39,24 N
10. Kötélhúzó versenyben mindkét versenyző 250-250 N erővel ellentétes irányba húzza a kötelet. Elszakad-e a kötél, ha maximális terhelése 350 N? Nem.
11. Két telefonpózna közötti távolság 50 m. Ha egy 5 N súlyú madár a két pózna közötti távolság felénél rászáll a vezetékre, azon a helyen a vezeték 0,1 m-rel lesüllyed. Mekkora erő feszíti a vezetéket? (A vezeték súlyát hanyagoljuk el.) 625 N
12. * A kötél két vége egymástól 10 m távolságban lévő oszlophoz azonos magasságban van rögzítve. Ha a kötélre az egyik oszloptól 2 m távolságban 100 N súlyú testet akasztunk, a kötél megfeszül és a felfüggesztés pontja a kötélvégeknél l 1 m-rel lejjebb kerül. Mekkora erő feszíti a kötél két ágát? (A kötél súlyát hanyagoljuk el.) 74,2 N; 66,74 N
13. * Egymástól 20 m távolságra lévő, különböző magasságú lámpaoszlopok között, azoktól egyenlő távolságra 100 N súlyú lámpa függ. A felfüggesztő kábel egyik fele 37°-os, másik fele 20°-os

szöget zár be a vízszintessel. Mekkora erő feszíti a kábel két ágát? (A vezeték súlyát hanyagoljuk el.) 68,91 N; 58,67 N

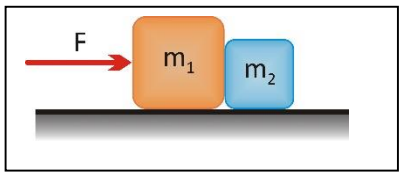
14. A nitrogén molekula tömege $4{,}68 \times 10^{-26}$kg. Normál állapotú levegőben a nitrogén molekulák átlagos sebessége 670 m/s. Ha 3×10^{-13} s ideig tart, amíg egy nitrogén molekula ütközik a fallal és arról változatlan nagyságú sebességgel az ellenkező irányba visszapattan,
    a) mekkora az átlagos gyorsulása? $4{,}47 \times 10^{15}$ m/s^2
    b) mekkora átlagos erővel hat a fal a molekulára? 2×10^{-10} N
15. * A mennyezetre szerelt csigán átvetett fonál egyik végére egy 2 kg tömegű test van rögzítve, a másik végére pedig egy 5 kg tömegű. (A csiga és a fonál tömegétől tekintsünk el.)
    a) Mekkora a tömegek gyorsulása? 4,2 m/s^2
    b) Mekkora a kötélerő értéke? 28 N
    c) Mekkora erővel hat a csiga felfüggesztése a mennyezetre? 56 N
16. * A 2.1 ábrán látható elrendezésben a csigák és kötelek tömege, valamint a súrlódás elhanyagolható. Az *A* és *B* jelű testek tömege megegyezik. Az *A* jelű testet elengedjük.
    a) Mennyi az *A* jelű test gyorsulása? 0,4 *g*
    b) Mennyi a *B* jelű test gyorsulása? 0,2 *g*
    c) Mekkora a kötelet feszítő erő? 0,6 *mg*
    d) Mekkora erővel hat az állócsiga felfüggesztése a mennyezetre? 1,2 *mg*



2.1 ábra

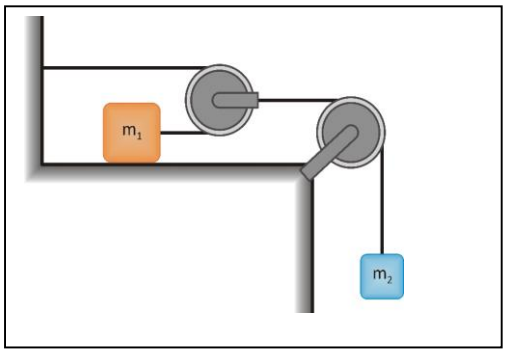
17. A 2.1 ábrán látható elrendezésben a csigák és kötelek tömege, valamint a súrlódás elhanyagolható. Egyensúly esetén menyi az A és B jelű testek tömegének aránya?
    $m_A / m_B = 0{,}5$
18. * A 2.1 ábrán látható elrendezésben a csigák és kötelek tömege, valamint a súrlódás elhanyagolható. Az *A* jelű test tömege m_A , a B jelű test tömege m_B. Az *A* jelű testet elengedjük.
    a) Mennyi az *A* és *B* jelű testek gyorsulásának aránya? $a_A / a_B. = 2$
    b) Mennyi az *A* jelű test gyorsulása? $(4\, m_A - 2\, m_B)\, g / (4\, m_A + m_B)$
    c) Mekkora erő feszíti a kötelet? $3\, m_A\, m_B\, g / (4\, m_A + m_B)$
    d) Mennyi az *A* jelű test sebessége, amikor a két test közötti távolság értéke *h*?
    $[(16\, m_A - 8\, m_B)\, g\, h / (12\, m_A + 3\, m_B)]^{1/2}$
19. * Egy légpárnás (súrlódásmentes) asztalon két egymáshoz érő m_1 = 2,5 kg és m_2 = 1,5 kg tömegű hasáb helyezkedik el. Az m_1 tömegű testre 12 N nagyságú vízszintes erő hat (2.2 ábra).
    a) Mennyi a két hasábból álló rendszer gyorsulása? 3 m/s^2

b) Mekkora erővel hat az m_1 tömegű test az m_2 tömegűre? 4,5 N
c) Mekkora erővel hat az m_2 tömegű test az m_1 tömegűre? 4,5 N



2.2 ábra

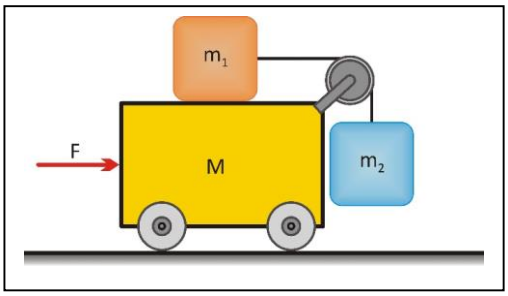
20. * Egy 30° hajlásszögű, súrlódásmentes lejtőre egy 2 kg tömegű testet helyezünk.
    a) Mennyi a testre a lejtő által kifejtett kényszererő? 17 N
    b) Mennyi a testre ható erők eredője? 9,81 N
    c) Mennyi a test gyorsulása? 4,9 m/s^2
21. * Egy vízszintes, súrlódásmentes síkon elhelyezkedő m_1 tömegű test egy elhanyagolható tömegű csigán keresztül vetett fonállal van a 2.3 ábrán látható módon az m_2 tömegű testhez rögzítve. Az m_1 tömegű test gyorsulása a_1, az m_2 tömegű test gyorsulása a_2.
    a) Mennyi az a_1/ a_2 hányados értéke? 2
    b) Mennyi az m_1 tömegű test gyorsulása? $4\, m_2\, g\, /\, (4\ m_1 + m_2\,)$
    c) Mennyi az m_2 tömegű test gyorsulása? $2\, m_2\, g\, /\, (4\ m_1 + m_2\,)$
    d) Mennyi az m_1 tömegű testhez rögzített fonalat feszítő erő?
    $4\ m_1 m_2\, g\, /\, (4\ m_1 + m_2\,)$
    e) Mennyi az m_2 tömegű testhez rögzített fonalat feszítő erő?
    $8\ m_1 m_2\, g\, /\, (4\ m_1 + m_2\,)$



2.3 ábra

22. Egy 30° hajlásszögű, súrlódásmentes lejtőn lévő testet 6 m/s kezdősebességgel elindítunk felfelé a lejtőn. Mekkora utat tesz meg a lejtőn a visszafordulás pillanatáig? 3,67 m
23. Egy 1,5 m hosszú fonálingát egyensúlyi helyzetéből 30°-os szögben kitérítünk, majd elengedünk. Mekkora gyorsulással indul el a fonálinga? 4,9 m/s^2

24. * Kúpingát kapunk, ha egy fonálra függesztett testet egyensúlyi helyzetéből kitérítünk és a testet erre a síkra merőleges irányú sebességgel elindítjuk. A kúpinga fonalának hossza 1,5 m, a fonálra függesztett test tömege 2 kg, a fonál függőlegessel bezárt szöge 5°.
    a) Mekkora a fonalat feszítő erő? 19,7 N
    b) Mekkora a fonálra függesztett testre ható centripetális erő? 1,72 N
    c) Mekkora a fonálra függesztett test sebessége? 0,334 m/s
    d) Mennyi a kúpinga periódusideje? 2,45 s
25. * Mekkora állandó vízszintes irányú erővel kell tolni a 2.4 ábrán látható M = 4 kg tömegű kocsit, hogy az m_1 = 3 kg és m_2 = 1 kg tömegű testek a kocsihoz képest ne mozduljanak el? (A fonál és csiga tömege elhanyagolható, a csiga és minden felület súrlódásmentes.) 26,2 N



2.4. ábra

26. Mekkora erővel kell húzni egy 350 N/m rugóállandójú rugót, hogy megnyúlása 10 cm legyen? 35 N
27. Mekkora maximális erővel terhelhetünk egy 450 N/m rugóállandójú rugót, ha maradandó deformáció nélkül legfeljebb 10 cm-t nyúlhat meg? 45 N
28. Ha egy a Hook törvényt (lineáris erőtörvényt) követő rugóra egy 2 kg tömegű testet függesztünk fel, a rugó 3 cm-rel megnyúlik.
    a) Mennyi a rugóállandó értéke? 654 N/m
    b) Mennyi lesz a rugó megnyúlása, ha egy 3,5 kg tömegű testet akasztunk rá? 5,25 cm
29. * Egy 100 N/m és egy 300 N/m rugóállandójú rugót egymás után kötünk. Mennyi lesz a két rugóból álló rendszer rugóállandója? 75 N/m
30. * Egy 100 N/m és egy 300 N/m rugóállandójú rugót párhuzamosan kötünk. Mennyi lesz a két rugóból álló rendszer rugóállandója? 400 N/m
31. Hány kg a tömege egy a Földön 300 N súlyú gyermeknek? 30,58 kg
32. Egy 850 N súlyú űrhajósnak mennyi a súlya a Holdon, ha a Holdon a gravitációs gyorsulás értéke a Földön mért érték hatoda? 141,67 kg
33. * Mekkora erővel nyomja a lift padlóját egy 75 kg tömegű ember, ha a lift felfelé 1,2 m/s^2 gyorsulással indul? 825,75 N
34. * Mekkora és milyen irányú gyorsulással indul a lift, ha egy 90 kg tömegű ember súlyát a lift padlójára helyezett mérleg 920 N-nak méri? 1,96 m/s^2 felfelé
35. * Egy lift lefelé 1 m/s^2 gyorsulással indul. Egy 80 kg tömegű ember áll a lift padlójára helyezett mérlegen.
    a) Mekkora súlyt mér a mérleg? 704,8 N
    b) Mekkora súlyt mérne, ha a lift kötele elszakadna és a lift szabadon esne? 0 N

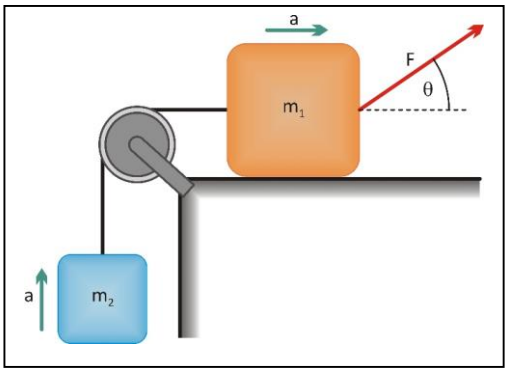
36. * A lift padlójára helyezett mérlegen egy ember áll. Amikor a lift elindul, a mérleg 591 N erőt mér, a lift megállása közben pedig 481 N erőt. Ha az indulás és leállás során a gyorsulás nagysága megegyezik,
    a) mekkora az ember tömege? 55,15 kg
    b) mekkora a lift gyorsulása? 0,91 m/s^2
37. * A felvonó mennyezetéhez rögzített rugós erőmérőn egy 2 kg tömegű test függ.
    a) Mekkora erőt mutat az erőmérő, ha a felvonó áll? 19,62 N
    b) Mekkora erőt mutat az erőmérő, ha a felvonó állandó 1,5 m/s sebességgel lefelé halad? 19,62 N
    c) Mekkora erőt mutat az erőmérő, ha a felvonó állandó 1,5 m/s sebességgel felfelé halad? 19,62 N
    d) Mekkora erőt mutat az erőmérő, amikor a felvonó 2 m/s^2 –el felfelé gyorsul? 23,62 N
    e) Mekkora erőt mutat az erőmérő, amikor a felvonó 2 m/s^2 –el lefelé gyorsul? 15,62 N
    f) Mekkora erőt mutatna az erőmérő, ha a felvonó kabinja szabadon esne? 0 N
38. * Egy vasúti kocsi mennyezetéhez vékony fonállal egy 0,3 kg tömegű testet függesztünk fel. Ha a vasúti kocsi gyorsulása 2 m/s^2,
    a) mekkora szöget zár be a fonál a függőlegessel? 11,52°
    b) mekkora erő feszíti a fonalat? 3N

Súrlódás

39. 5 kg tömegű hasáb kezdetben nyugalomban van egy vízszintes felületen. 15 N erő kell ahhoz, hogy mozgásba hozzuk. Miután mozgásba hoztuk, elegendő 12 N erő ahhoz, hogy állandó sebességgel mozgásban tartsuk.
    a) Mekkora a tapadási súrlódási együttható értéke? 0,305
    b) Mekkora a csúszási súrlódási együttható értéke? 0,245
40. Vízszintes síkban lévő országúton egy autó 25 m/s sebességgel halad. Ha egy esős napon az úttest és a kerék közötti tapadási súrlódási együttható értéke 0,1, akkor mekkora az a minimális távolság, mely az autó megállásához szükséges? 318,55 m
41. Legalább mekkora a futó cipője és a talaj közötti tapadási súrlódási együttható értéke, ha a futó 4 m/s^2 gyorsulással indul? 0,41
42. * 3 kg tömegű hasáb nyugalomból indul egy 30° hajlásszögű, súrlódásmentes lejtő tetejéről és 2 s idő alatt 2 m-t tesz meg.
    a) Mekkora a hasáb gyorsulásának nagysága? 1 m/s^2
    b) Mekkora a hasábra ható súrlódási erő? 11,72 N
    c) Mekkora a hasáb és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható értéke? 0,46
    d) Mekkora a hasáb sebessége 2 m út megtételekor? 2 m/s
43. * Vízszintes felületen lévő m_1 = 5 kg tömegű hasáb egy csigán átvetett fonállal van egy m_2 = 2 kg tömegű testtel összekötve. A z m_1 tömegű testre ható F = 50 N erő θ = 30°-os szöget zár be a

vízszintessel (2.5 ábra). Az m_1 tömegű hasáb és a vízszintes felület közötti csúszási súrlódási együttható értéke $\mu = 0{,}2$. A fonál és a csiga tömege elhanyagolható.

a) Mekkora az m_1 tömegű testre ható kényszererő (nyomóerő)? 24 N
b) Mekkora a mozgási súrlódási erő? 4,81 N
c) Mekkora a két test gyorsulása? 2,7 m/s^2
d) Mekkora a fonalat feszítő erő? 25 N



2.5 ábra

44. * A repülőtéren egy utas a 20 kg tömegű bőröndjét állandó sebességgel húzza a vízszintes irány felett θ szöget bezáró szíjjal. A bőröndre ható súrlódó erő 20 N, a szíjat az utas 35 N erővel húzza.
    a) Mekkora szöget zár be a szíj a vízszintessel? 48,2°
    b) Mekkora a talaj által a bőröndre kifejtett kényszererő (nyomóerő)? 173,8 N
45. Két vízszintes felületen lévő 4 kg és 2 kg tömegű hasábot elhanyagolható tömegű fonál köt össze. A kisebb tömegű testre 30 N nagyságú vízszintes erő hat, a felületek közötti mozgási súrlódási együttható értéke 0,2.
    a) Mekkora a két test gyorsulása? 3 m/s^2
    b) Mekkora erő feszíti a fonalat? 20 N

Körmozgás dinamikája

46. Egy robogó vízszintes síkban 20 m sugarú körpályán 10 m/s sebességgel halad.
    a) Mennyi a robogó szögsebessége? 0,5 rad/s
    b) Mennyi a robogó centripetális gyorsulása? 5 m/s^2
47. Az országúton az egyik kanyar vízszintes síkban lévő körívnek tekinthető. Ha egy gépjármű állandó 12 m/s sebességgel veszi be a kanyart, a vezetőre ható eredő erő 100 N. Mekkora a vezetőre ható eredő erő, ha sebessége 15 m/s? 225 N
48. Egy 0,6 m hosszú kötél végéhez rögzített 2 kg tömegű testet súrlódásmentes vízszintes asztalon állandó sebességgel forgatunk. Mekkora lehet a sebesség legnagyobb értéke, ha a kötél 300 N erő hatására elszakad? 9,48 m/s

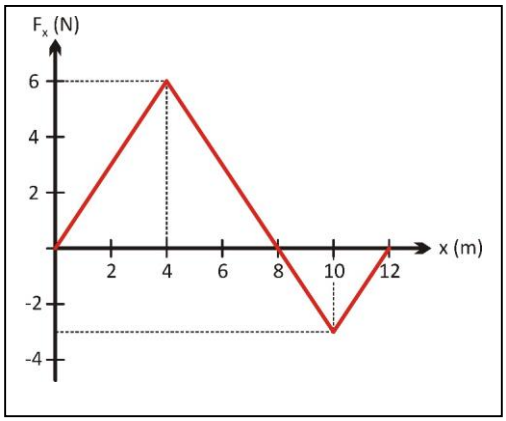
49. Vízszintes forgóasztalra a forgástengelytől 0,4 m távolságra helyezett érme megcsúszik, amikor sebessége eléri a 0,8 m/s^2 értéket. Mekkora a forgóasztal és az érme közötti tapadási súrlódási együttható értéke? 0,163
50. * 1,5 m hosszú fonálinga végén 0,5 kg tömegű test függ. Mekkora erő ébred a fonálban, amikor a test 4,5 m/s sebességgel halad át pályája legmélyebb pontján? 11,66 N
51. * A nemzetközi űrállomás 360 km magasságban közelítőleg kör alakú pályán kering a 6370 km sugarú Föld felszíne felett. Mekkora a gravitációs gyorsulás értéke az űrállomáson?
    8,79 m/s^2
52. * Mekkora maximális sebességgel haladhat egy 1500 kg tömegű gépkocsi a 150 m sugarú kanyarban, ha az úttest és a kerekek futófelülete közötti tapadási súrlódási együttható értéke 0,5? 21,7 m/s
53. * Egy kalapácsvető 4 fordulatot tesz meg miközben kalapácsának szögsebessége egyenletesen gyorsulva 20 rad/s-ra növekszik. A kalapács 1,5 m sugarú körpályán mozog, tömege 7,26 kg.
    a) Mennyi a kalapács szöggyorsulása? 8 rad/s^2
    b) Mennyi a kalapács sebessége az elhajítás pillanatában? 30 m/s
    c) Mekkora a kalapácsra ható centripetális erő az elhajítás pillanatában? 306,8 N
    d) Mekkora a kalapács érintőirányú gyorsulása? 12 m/s^2
    e) Mekkora a kalapácsra ható érintőirányú erő? 87,12 N
    f) Az eldobás pillanatában mekkora a kalapácsra ható eredő erő? 318,9 N
54. * Egy vödör vizet függőleges síkban 1 m sugarú körben forgatunk. A kör legmagasabb pontjában legalább mekkorának kell a vödör sebességének lennie, hogy a víz ne ömöljön ki?
    3,13 m/s
55. * Egy műrepülő pilóta gépével 500 m sugarú, függőleges síkú körpályán repül. Mennyi a gép sebessége, ha a pályája tetőpontján sem az ülés, sem a biztonsági öv nem fejt ki rá erőt?
    70 m/s
56. * Egy 70 kg tömegű műrepülő pilóta gépével 800 m sugarú, függőleges síkú körpályán repül. Mennyi a sebessége a pályája tetőpontján, ha az ülés 500 N erőt fejt ki rá?
    91,7 m/s
57. * Egy 70 kg tömegű műrepülő pilóta gépével 800 m sugarú, függőleges síkú körpályán repül.
    a) Mennyi a sebessége a körpálya legalsó pontjában, ha centripetális gyorsulása 3 g?
       153,44 m/s
    b) Mekkora erővel nyomja az ülés a pilótát? 8746,8 N
58. * Egy gépkocsi vízszintes síkban lévő köríven egyenletes gyorsulással mozog. Egy adott pillanatban sebessége 10 m/s, eredő gyorsulása 4 m/s és a gyorsulásvektor a sebességvektorral 60°-os szöget zár be. Az adott pillanatban
    a) mekkora a gépkocsi centripetális gyorsulása? 3,36 m/s^2
    b) mekkora a körív sugara? 28,87 m
    c) mekkora a gépkocsira ható centripetális erő? 5190 N
    d) mekkora a gépkocsi érintőirányú gyorsulása? 2 m/s^2
    e) mekkora a gépkocsira ható érintőirányú erő? 3000 N
    f) Nyugalomból indulva mennyi idő alatt érte el a gépkocsi a 10 m/s sebességet? 5 s
    g) Mekkora utat tett meg ezalatt? 25 m
59. * Egy dombon átmenő út a domb legmagasabb pontja közelében függőleges síkban lévő, 100 m sugarú körívvel közelíthető. Az úton egy 1500 kg tömegű gépkocsi 20 m/s sebességgel halad.

a) A pálya legmagasabb pontjában mekkora erővel nyomja a gépkocsi az utat? 8715 N
b) Mekkora lehet a gépkocsi legnagyobb sebessége, mellyel haladva még az úton marad? 31,32 m/s

60. * Egy dombon átmenő út a domb legmagasabb pontja közelében függőleges síkban lévő, 100 m sugarú körívvel közelíthető. Az úton egy gépkocsi 20 m/s sebességgel halad. A pálya legmagasabb pontjában mekkora erővel nyomja az ülés a 60 kg tömegű sofőrt? 348,6 N
61. * Egy völgy legmélyebb pontjában az úttest függőleges síkú, 100 m sugarú körívvel közelíthető. Az úton egy 1500 kg tömegű gépkocsi 20 m/s sebességgel halad. A pálya legmélyebb pontjában mekkora erővel nyomja a gépkocsi az utat? 20715 N
62. * Mekkora szöggel kell az útpályát megdönteni ahhoz, hogy a 200 m sugarú körív alakú pályán 20 m/s sebességgel haladó gépkocsi a tapadási súrlódási együttható drasztikus lecsökkenése estén (pl. tükörjég, olajfolt) ne csússzon meg? 11,52°

3. Munka, energia, a mechanikai energia megmaradása, teljesítmény

1. Súrlódásmentes vízszintes síkon lévő 3 kg tömegű test a talajjal párhuzamos F = 80 N nagyságú erő hatására 2 m-t mozdul el. Mennyi az F erő munkája? 160 Nm
2. Súrlódásmentes vízszintes síkon lévő m = 2 kg tömegű hasábra állandó a vízszintes iránytól 30°-os szöggel lefelé ható, F = 20 N nagyságú, állandó erő hat. A hasáb elmozdulása 1,5 m.
   a) Mennyi a nehézségi erő munkája? 0 Nm
   b) Mennyi a hasábra a felület által kifejtett nyomóerő munkája? 0 Nm
   c) Mennyi az F erő munkája? 26 Nm
   d) Mennyi a testre ható eredő erő munkája? 26 Nm
   e) Mennyi a hasáb mozgási energiájának megváltozása? 26 J
3. Vízszintes síkon lévő m = 1,5 kg tömegű hasábra állandó a vízszintes iránytól 30°-os szöggel felfelé mutató, F = 20 N nagyságú, állandó erő hat. A hasáb és a sík között a csúszási súrlódási együttható értéke 0,2, a hasáb elmozdulása 1,5 m.
   a) Mennyi a nehézségi erő munkája? 0 J
   b) Mennyi a hasábra a felület által kifejtett nyomóerő munkája? 0 J
   c) Mennyi az F erő munkája? 26 J
   d) Mennyi a súrlódási erő munkája? -1.41 J
   e) Mennyi a testre ható eredő erő munkája? 24,6 J
   f) Mennyi a hasáb mozgási energiájának megváltozása? 24,6 J
4. 51 kg tömegű ládát 6 m hosszon állandó sebességgel húzunk vízszintes, 120 N nagyságú erővel.
   a) Mekkora a csúszási súrlódási erő nagysága? 120 N
   b) Mennyi a súrlódó erő munkája? -720 J
   c) Mekkora a csúszási súrlódási együttható? 0,24
5. F erő hatására a test elmozdul. Az erő komponensei: F_x= 3 N, F_y= -2 N, az elmozdulás vektor komponensei: Δx = 6 m, Δy = 1 m.
   a) Mekkora munkát végzett az erő a testen? 16 J
   b) Mekkora az erő és elmozdulás vektor által bezárt szög? 44°
6. A 3.1 ábrán egy 3 kg tömegű testre az x koordináta függvényében ható erő látható.
   a) Mekkora munkát végzett a testre ható erő az x = 0 és x = 8 m koordináták között?
      24 J
   b) Mekkora munkát végzett a testre ható erő az x = 8 és x = 12 m koordináták között?
      -6 J
   c) Mekkora munkát végzett a testre ható erő az x = 0 és x = 12 m koordináták között?
      18 J
   d) Mekkora a test sebessége x = 12 m-nél, ha sebessége x = 0-nál 2 m/s volt? 4 m/s



3.1 ábra

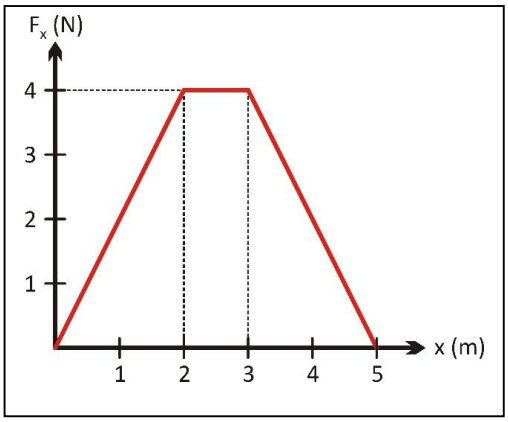
7. * 10 m mély kútból vizet húzunk fel. A vízzel telt vödör súlya 130 N, a lánc méterenkénti súlya 6 N. Mekkora munkát végzünk egy vödör felhúzása során? 1600 J
8. 2 kg tömegű test sebessége az *A* pontban 2 m/s, mozgási energiája a *B* pontban 9 J.
   a) Mennyi a test mozgási energiája az *A* pontban? 4 J
   b) Mennyi a test sebessége a *B* pontban? 3 m/s
   c) Mennyi az *A* és *B* pontok között az eredő erő munkája? 5 J
9. Könnyű rugóra 4 kg tömegű testet függesztve a rugó 2 cm-rel nyúlik meg.
   a) Mekkora a rugóállandó értéke? 1962 N/m
   b) Mekkora munkavégzés árán lehet a rugót megfeszítetlen helyzetéből 4 cm-rel megnyújtani? 0,39 J
10. * Lineáris erőtörvényt követő rugót 2 J munkával lehet megfeszítetlen helyzetéből 5 cm-rel megnyújtani. Mekkora munkavégzés szükséges a rugó további 5 cm-rel történő megnyújtásához? 6 J
11. Vízszintes, súrlódásmentes síkon lévő 0,5 kg tömegű hasábot 400 N/m rugóállandójú rugóhoz erősítünk. A rugó másik vége rögzített. A hasábot egyensúlyi helyzetből 5 cm-rel kimozdítjuk, majd elengedjük. Mekkora a hasáb sebessége, amikor áthalad az egyensúlyi helyzeten? 1,41 m/s
12. * Vízszintes síkon lévő 0,5 kg tömegű hasábot 400 N/m rugóállandójú rugóhoz erősítünk. A rugó másik vége rögzített, a sík és a hasáb között a súrlódási együttható 0,2. A hasábot 5 cm-rel kimozdítjuk egyensúlyi helyzetéből, majd elengedjük. Mekkora a hasáb sebessége, amikor áthalad egyensúlyi helyzetén? 1,34 m/s
13. Mekkora vízszintes kezdősebesség téríti ki a 2 m hosszúságú fonálingát egyensúlyi helyzetéből 30°-ra? 2,29 m/s
14. 0,8 m hosszúságú, 30°-os szöggel kitérített fonálingát elengedünk.
   a) Mekkora sebességgel halad át egyensúlyi helyzetén? 1,45 m/s
   b) Mekkora erő feszíti a fonalat az inga egyensúlyi helyzetén történő áthaladásának pillanatában, ha a fonálra függesztett test tömege 0,5 kg? 6,22 N
15. * 1,5 m hosszúságú fonálinga egyik végén 0,5 kg tömegű test függ. A fonálingát egyensúlyi helyzetéből 60°-kal kitérítjük, majd elengedjük. Amikor a fonálinga kitérése 30°,
   a) mennyi a fonálra függesztett test sebessége? 3,28 m/s
   b) mennyi a fonálra függesztett test érintőirányú gyorsulása? 4,9 m/s^2

c) mennyi a fonálra függesztett test centripetális gyorsulása? 7,18 m/s^2
d) mennyi a fonálban ébredő erő? 7,84 N

16. 10 kg tömegű testet 5 m magasra emelünk.
    a) Mennyi az általunk végzett munka? 490 J
    b) Mennyi a nehézségi erő munkája? -490 J
    c) Mennyi a helyzeti energia megváltozása? 490 J
17. 0,1 kg tömegű testet függőleges helyzetű, 3000 N/m rugóállandójú rugóra helyezünk, és addig lenyomjuk, amíg a rugó 0,1 m-rel összenyomódik. Ezután elengedjük a testet. A test elindul felfelé és elhagyja a rugót. Az elengedés helyétől milyen magasra emelkedik a test?
    15,3 m
18. * Súrlódásmentes csigán átvetett kötél két végére 4 kg tömegű és 2 kg tömegű testet rögzítünk. Ha a 2 kg tömegű testet a talajon tartjuk, a 4 kg tömegű test a talajtól 4 m magasan van. A talajon lévő testet elengedjük.
    a) Mennyi a 2 kg tömegű test sebessége abban a pillanatban, amikor a 4 kg tömegű test eléri a talajt? 5,11 m/s
    b) Milyen magasra emelkedik 2 kg tömegű test? 5,33 m
19. * Vegyünk fel egy derékszögű koordinátarendszert úgy, hogy a nehézségi erő a negatív y tengely irányába mutasson.
    a) Mennyi a nehézségi erő munkája, ha az *m* tömegű testet az origóból a (3 m,2 m) koordinátájú *C* pontba úgy juttatjuk el, hogy először az *x* tengely mentén elvisszük a (3 m,0) koordinátájú *A* pontba, majd onnan a (3 m, 2 m) koordinátájú *C* pontba? -2 *mg*
    b) Mennyi a nehézségi erő munkája, ha az *m* tömegű testet az origóból a (3 m,2 m) koordinátájú *C* pontba úgy juttatjuk el, hogy először az *y* tengely mentén elvisszük a (0, 2 m) koordinátájú *B* pontba, majd onnan a (3 m, 2 m) koordinátájú *C* pontba? -2 *mg*
    c) Miért nem függ a nehézségi erő munkája attól, hogy milyen pályán jutunk el a kezdőpontból a végpontba? Mert a nehézségi erő konzervatív erő.
20. Mekkora átlagos teljesítményt fejt ki a gépkocsi motorja, ha az 1500 kg tömegű, nyugalomból induló jármű 8 s alatt éri el a 25 m/s sebességét? 58,6 kW
21. Mekkora az átlagos teljesítménye annak a 70 kg tömegű sportolónak, aki a 10 m hosszú kötélre 10 s alatt mászik fel? 687 W
22. * 80 kg tömegű síelőt elektromos motorral meghajtott drótkötél húz fel a 20°-os (súrlódásmentesnek tekintett) lejtőn 2 m/s állandó sebességgel. Mekkora teljesítményt ad le a motor? 536,8 W
23. Az autópályán állandó, 30 m/s sebességgel haladó gépkocsi motorja 60 kW teljesítményt ad le. Mekkora a közegellenállás által a gépkocsira kifejtett erő? 2000 N
24. A felvonó tömege utasokkal együtt 450 kg. Mennyi a felvonó motorjának teljesítménye akkor, amikor a felvonó állandó 1,2 m/s sebességgel felfelé halad? 5,3 kW

4. Lendület, lendület-megmaradás törvénye, ütközések, tömegközéppont

1. Mekkora a lendülete a 20 m/s sebességgel haladó 1500 kg tömegű gépkocsinak?
   30 000 kgm/s
2. 2 kg tömegű test sebességének *x* irányú összetevője 4 m/s, *y* irányú összetevője -3 m/s.
   a) Mennyi a test lendületének x irányú összetevője? 8 kg m/s
   b) Mennyi a test lendületének y irányú összetevője? -6 kg m/s
   c) Menny a lendület nagysága? 10 kg m/s
   d) Milyen irányú a test lendülete? -20,56°
3. A 0,06 kg tömegű 60 m/s vízszintes sebességű teniszlabdát a sportoló 50 m/s sebességgel üti vissza. Mennyi a teniszlabda lendületének megváltozása? 6,6 kg m/s
4. * 0.1 kg tömegű labdát 1 m magasról leejtünk. A labda 0.9 m magasra pattan vissza.
   a) Mennyi a labda mozgásmennyiségének megváltozása? 0,84 kg m/s
   b) Ha a labda 0,05 s ideig érintkezik a talajjal, mekkora a talaj által a labdára kifejtett átlagos erő? 16,8 N
5. Két m_A és m_B tömegű test lendülete megegyezik. Mivel egyenlő a két test tömegének m_A / m_B hányadosa, ha az *A* test mozgási energiája a *B* test mozgási energiájának háromszorosa? 1/3
6. * A 4.1 ábrán egy 1,5 kg tömegű testre ható, *x* tengelyirányú erő látható az idő függvényében. Mennyi a testre ható erőlökés értéke? 12 Ns
   a) Mennyi a testre ható átlagos erő? 2,4 N
   b) Mennyi a test lendületének megváltozása? 12 kg m/s
   c) Mennyi a test sebessége a *t* = 5 s pillanatban, ha a kezdeti sebessége -1 m/s? 7 m/s



4.1 ábra

7. Vízszintes súrlódásmentes felületen lévő két m_1 = 2 kg és m_2 = 4 kg tömegű hasáb között elhanyagolható tömegű összenyomott rugó van zsineggel összekötve. A zsineget elégetve a 4 kg tömegű test 3m/s sebességgel jobbra halad. Milyen irányba és mekkora sebességgel halad a 2 kg tömegű test? balra, 6 m/s sebességgel

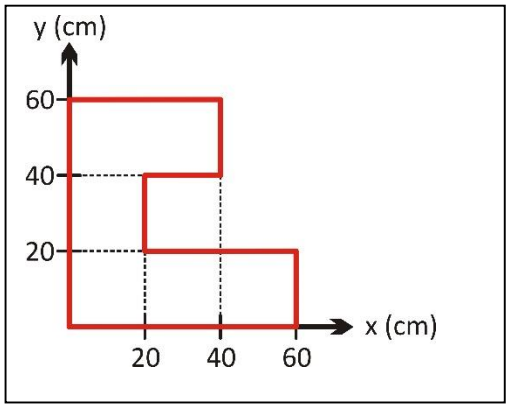
8. * 0,1 kg tömegű, 5 m/s sebességű golyó 30° beesési szöggel falnak ütközik, majd visszapattan. A golyó visszaverődési szöge megegyezik a beesési szöggel, a golyó sebességének nagysága ugyanannyi az ütközés után, mint előtte.
   a) Mennyi a lendület fallal párhuzamos összetevője az ütközés után? 0,25 kg m/s
   b) Mennyi a lendület falra merőleges összetevője az ütközés után? 0,433 kg m/s
   c) Az ütközés következtében mekkora és milyen irányú a lendület megváltozása?
      0,866 kg m/s, a falra merőlegesen kifelé
   d) Mennyi a fal által a golyóra kifejtett erő, ha a golyó 0,1 s ideig érintkezik a fallal? 8,66 N
9. * Vízszintes felületen lévő, 3 kg tömegű fahasábba a felülettel párhuzamosan 10 gramm tömegű puskagolyót lövünk. A golyó teljesen lefékeződik a hasábban.
   a) Mennyi volt a puskagolyó sebessége, ha közvetlenül az ütközés után a hasáb + golyó rendszer sebessége 0,5 m/s? 150,5 m/s
   b) Mennyivel csökkent a hasáb + golyó rendszer mechanikai energiája? 112,88 J
10. * Vízszintes felületen lévő, 2 kg tömegű fahasábba a felülettel párhuzamosan 8 gramm tömegű puskagolyót lövünk. A golyó kezdeti sebességének 2/3-át elveszítve lép ki a hasábból.
   a) Mennyi volt a puskagolyó kezdeti sebessége, ha a hasáb sebessége közvetlenül az ütközés után 0,4 m/s? 150 m/s
   b) Az ütközés következtében mennyivel nőtt a hasáb + golyó rendszer belső energiája? 79,84 J
11. 25 tonna tömegű vasúti kocsi 3 m/s sebességgel haladva egy két vasúti kocsiból álló szerelvénynek ütközik és összekapcsolódik vele.
   a) Az ütközést követően mennyi lesz a három kocsiból álló szerelvény sebessége? 1 m/s
   b) Mennyivel csökken a rendszer mechanikai energiája? 75 kJ
12. * Egy *m* tömegű, *v* sebességű billiárdgolyó egyenesen és rugalmasan ütközik egy nyugalomban lévő billiárdgolyóval. Ütközés után mennyi lesz a két golyó sebessége? 0; *v*
13. * 0,5 kg tömegű, 1 m/s sebességű golyó egyenesen és rugalmasan ütközik egy5 kg tömegű, nyugalomban lévő golyóval. Ütközés után mennyi lesz a két golyó sebessége?
      -0,82 m/s; 0,18 m/s
14. * 5 kg tömegű, 1 m/s sebességű golyó egyenesen és rugalmasan ütközik egy 0.5 kg tömegű nyugalomban lévő golyóval. Ütközés után mennyi lesz a két golyó sebessége?
      0,818 m/s; 1,818 m/s
15. * 2 kg tömegű, 3 m/s sebességgel keleti irányba haladó golyó egyenesen és rugalmasan ütközik egy 3 kg tömegű, 2 m/s sebességgel nyugati irányba haladó golyóval. Mennyi lesz a két golyó ütközés utáni sebessége? 2 m/s keleti irányba; 3 m/s nyugati irányba
16. * 2 kg tömegű, 4 m/s sebességgel keleti irányba halad golyó egyenesen és rugalmasan ütközik egy 1,5 kg tömegű, 2 m/s sebességgel nyugati irányba haladó golyóval. Mennyi lesz a két golyó ütközés utáni sebessége? 1,14 m/s nyugati irányban; 4,86 m/s keleti irányba
17. * 0,1 kg tömegű, 3 m/s sebességű kiskocsi rugalmasan ütközik egy 0,4 kg tömegű, azonos irányban 1 m/s sebességgel haladó kiskocsinak. Ütközés után mennyi lesz a két kiskocsi sebessége? -0,2 m/s; 1,8 m/s
18. * 20 m/s sebességgel nyugati irányba haladó 1200 kg tömegű személygépkocsi az útkereszteződésnél összeütközik egy 15 m/s sebességgel északi irányba haladó 3000 kg tömegű kisteherautóval. Az ütközés teljesen rugalmatlan, a két jármű összetapad.
   a) Mekkora és milyen irányú a roncs sebessége közvetlenül az ütközést követő pillanatban?
      12,1 m/s; 28°-kal nyugattól északra (152°)

b) Mennyi mechanikai energia veszett el az ütközés során? 270 kJ

19. Elhanyagolható tömegű, 1 m hosszúságú rúd egyik végén 3 kg tömegű, a másik végén 1 kg tömegű test van. Milyen távol van a rendszer tömegközéppontja a nagyobb tömegű testtől?
0,25 m

20. Egy 3 kg tömegű test a (0 m,2 m) pontban, egy 2 kg tömegű a (-1 m, 2 m) pontban, egy 1 kg tömegű a (4 m, -3 m) pontban és egy 4 kg tömegű az (1 m, 0 m) pontban van.
   a) Mennyi az elrendezés tömegközéppontjának *x* komponense? 0,6 m
   b) Mennyi az elrendezés tömegközéppontjának *y* komponense? 0,7 m

21. A 4.2 ábrán látható egy homogén, *d* vastagságú lemezből kivágott alakzat.
   a) Mennyi a test tömegközéppontjának *x* komponense? 11,7 cm
   b) Mennyi a test tömegközéppontjának *y* komponense? 13,3 cm



4.2 ábra

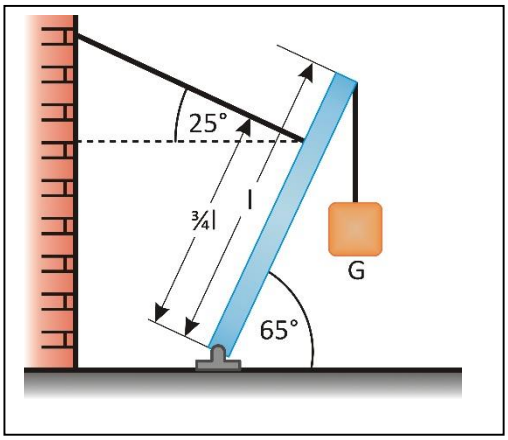
22. * Egy 5 m hosszú, 200 kg tömegű, a vízhez képest nyugalomban lévő csónak egyik végében egy 80 kg tömegű horgász áll. A vízhez viszonyítva mennyivel mozdul el a csónak, ha a horgász átmegy a csónak másik végébe? A víz közegellenállását hanyagoljuk el. 1,43 m

5. Forgatónyomaték, merev test egyensúlya

1. A (2 m,3 m) koordinátájú pontban az *y* tengely irányú 20 N nagyságú erő hat.
   a) Mekkora és milyen irányú az erő origóra vonatkozó forgatónyomatéka?
      40 Nm, az óramutató járásával ellentétes irányú (+*z* tengely irányú)
   b) Mekkora és milyen irányú az erő (1 m, -1 m) pontra vonatkozó forgatónyomatéka?
      20 Nm, az óramutató járásával ellentétes irányú (+*z* tengely irányú)
2. * A (-3 m, 2 m) pontban *x* tengely irányú 20 N nagyságú erő hat.
   a) Mekkora és milyen irányú az erő origóra vonatkozó forgatónyomatéka?
      -40 Nm, az óramutató járásával megegyező irányú (-*z* tengely irányú)
   b) Mekkora és milyen irányú az erő (1 m, -1 m) pontra vonatkozó forgatónyomatéka?
      -60 Nm, az óramutató járásával megegyező irányú (-*z* tengely irányú)
3. A (4 m, 0 m) pontban 30 N nagyságú, az *x* tengellyel 30°-os szöget bezáró erő hat. Mekkora és milyen irányú az erő origóra vonatkozó forgatónyomatéka?
   16 Nm, az óramutató járásával ellentétes irányú (+*z* tengely irányú)
4. A (4 m, 2 m) pontban (5 N, 4 N) erő hat. Mekkora és milyen irányú az erő origóra vonatkozó forgatónyomatéka? 6 Nm, az óramutató járásával ellentétes irányú (+*z* tengely irányú)
5. 4 m hosszúságú, elhanyagolható súlyú gerenda két végén a gerendára merőleges irányban 300 N és 600 N erő hat. Milyen távol van az eredő erő hatásvonala a 300 N nagyságú erő hatásvonalától? 2,67 m
6. Egy személygépkocsi kormánykerekének átmérője 42 cm. Mekkora erőt kell kifejteni két kézzel erőpár formájában, ha az elfordításhoz 20 Nm forgatónyomaték szükséges? 47,6 N
7. A mérleghinta egyik oldalán a forgástengelytől 2,5 m távolságra egy 400 N súlyú gyermek ül. A forgástengelytől milyen távol kell egy 700 N súlyú felnőttnek ülnie, hogy a mérleghinta egyensúlyban legyen? 1,43 m
8. Mekkora erővel tudjuk megemelni egy állandó keresztmetszetű, homogén, *l* hosszúságú gerenda egyik végét, ha a gerenda súlya 900 N és másik vége a talajra támaszkodik? 450 N
9. * Ketten emelnek meg egy16 m hosszú, 400 N súlyú árbocot. Az árboc súlypontja az árboctalptól 6,5 m távolságra van.
   a) Mekkora erőt kell kifejteni az árbocot az árboctalpnál emelő sportolónak? 226,7 N
   b) Mekkora erőt kell kifejteni az árbocot az árboccsúcstól 1 m-re emelő sportolónak? 173,3 N
10. * Egy 1600 kg tömegű személygépkocsi első és hátsó tengelyének távolsága 3 m, tömegközéppontja az első tengelytől 1.2 m távolságra van.
    a) Mekkora erőt fejt ki a talaj az első kerekekre? 4704 N
    b) Mekkora erőt fejt ki a talaj a hátsó kerekekre? 3136 N
11. * Egy 2,5 m tengelytávolságú személygépkocsi első kerekei egyenként 4500-4500 N erővel nyomják a talajt, hátsó kerekei pedig 3000-3000 N erővel. Milyen távol van az első tengelytől a személygépkocsi súlypontja? 1 m
12. Egy 200 N súlyú, 4 m hosszúságú trambulin (ugródeszka) egyik végen van rögzítve és attól 1,4 m távolságra alá van támasztva.
    a) Mekkora és milyen irányú erő hat az ugródeszkára a rögzített végénél, ha a másik végén egy 600 N súlyú műugró áll? 1200 N lefelé

b) Mekkora és milyen irányú erő hat az ugródeszkára az alátámasztásnál, ha a deszka végén egy 600 N súlyú műugró áll? 2000 N felfelé

13. * A női rúdugrásnál használt rúd hossza 4,5 m, súlya 29,4 N. A nekifutás alatt az atléta úgy tartja egyensúlyban a rudat, hogy a rúd végétől 80 cm távolságban lévő kezével emeli a rudat, másik kezével pedig lefelé nyomja a rúd végét.
   a) Mekkora erőt fejt ki a rúdugró az elől lévő kezével? 82,7 N
   b) Mekkora erőt fejt ki a rúdugró a hátul lévő kezével? 53,3 N
14. * Egy 7 m hosszú, 300 N súlyú pallót mindkét végétől 1,5-1,5 m távolságban támasztottak alá. A palló egyik végétől 0,5 m távolságra egy 100 N súlyú vödör van.
   a) Milyen közel mehet a 850 N súlyú kőműves a palló másik végéhez, hogy az még ne billenjen fel? 0,21 m
   b) A felbillenés határesetében mekkora a kőműveshez közeli alátámasztás által a pallóra kifejtett erő? 1250 N
15. * Egy homogén tömegeloszlású, 6 m hosszú, 90 N súlyú létrát súrlódásmentes falnak támasztunk. A létra a vízszintessel 60°-os zár be. A 700 N tömegű festő a létra 1/3 magasságában áll a létrán, a talaj és a létra alsó vége közötti tapadási súrlódási együttható értéke 0,4.
   a) Mekkora a létra által a talajra kifejtett erő? 790 N
   b) Mekkora függőleges falra kifejtett erő? 186,6 N
   c) Mekkora a létra és a talaj közötti tapadási súrlódási erő értéke? 186,6 N
   d) Miért nem csúszik meg a létra?
      Az adatokból az egyensúly feltételeként kiszámított tapadási súrlódási együttható értéke 0,24, kisebb a megadott 0,4 értéknél.
16. * A 900 N súlyú, *l* hosszúságú homogén gerendát az 5.1 ábrán látható módon tartja egy kábel. A gerenda a vízszintessel 65°-os szöget zár be. A gerenda alsó vége rögzített tengely körül elfordulhat, a felső végére egy 2000 N súlyú test van felfüggesztve.
   a) Mekkora a kábelt feszítő erő? 1380,6 N
   b) Mennyi a gerenda alsó végére ható reakcióerő vízszintes és függőleges komponense?
      1251,2 N; 2316,5 N



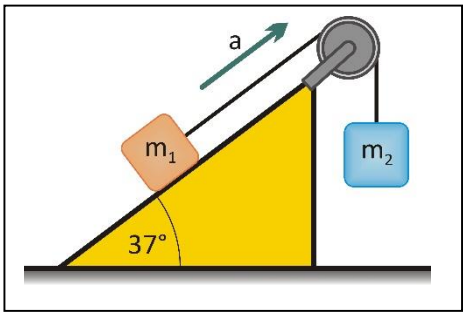
5.1 ábra

6. Merev test forgómozgása, tehetetlenségi nyomaték, perdület, perdület megmaradása

1. Elhanyagolható tömegű méterrúd minkét végén 2 kg tömegű test van.
   a) Mekkora a rúdra merőleges, a tömegközépponton átmenő tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték? 1 kgm^2
   b) Mekkora a rúdra merőleges, a 30 cm-es jelen átmenő tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték? 1,16 kgm^2
2. Elhanyagolható tömegű, L hosszúságú rúd egyikvégén m_1 tömegű, másik végén m_2 tömegű test van.
   a) Milyen távol van a test tömegközéppontja az m_1 tömegű testtől? $m_2 L/(m_1+ m_2)$
   b) Mekkora a rúdra merőleges, a tömegközépponton átmenő tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték? $m_1 m_2 L^2/(m_1+ m_2)$
3. 2 kg tömegű pontszerű test 0,4 m sugarú körpályán mozog. Mekkora a testnek a kör középpontján átmenő, a síkra merőleges tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka?
   0,32 kgm^2
4. Egy merev test négy pontszerűnek tekinthető tömegből és a tömegpontokat összekötő merev, elhanyagolható tömegű rudakból áll. A 2 kg tömegű test koordinátái (-1 m, 3m), az 1 kg tömeg test koordinátái (1 m, 3 m), a 3 kg tömegű test koordinátái (1 m, -3 m), a 4 kg tömegű test koordinátái (-1 m, -3 m).
   a) Mekkora a merev test z tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka? 100 kgm^2
   b) Mekkora a merev test x tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka? 90 kgm^2
   c) Mekkora a merev test y tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka? 10 kgm^2
5. R sugarú, M tömegű hengerpalástra m tömegű, pontszerűnek tekinthető testet ragasztunk. Mennyi a testnek a henger szimmetriatengelyére vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka?
   $(M+m) R^2$
6. Mekkora egy rögzített tengely körül 10 rad/s szögsebességgel forgó test tehetetlenségi nyomatéka, ha mozgási energiája 200 J? 4 kgm^2
7. Tömör, homogén, 200 kg tömegű, 0,5 m sugarú lendkerék szögsebessége 20 rad/s. Mennyi a mozgási energiája? (A tehetetlenségi nyomaték $MR^2/2$.) 5000 J
8. * Rögzített forgástengelyű, 240 kg m^2 tehetetlenségi nyomatékú hengerre 80 Nm nagyságú forgatónyomaték hat.
   a) Mennyi a kerék szöggyorsulása? 0,33 rad/s^2
   b) Ha a test nyugalmi helyzetből indul, 10 s múlva mennyi a szögsebessége? 3,33 rad/s
   c) Mekkora szöggel fordul el a henger 10 s alatt? 16,67 rad
9. * Az xy síkban mozgó, 2 kg tömegű test sebességének komponensei a (2 m, 1,5 m) koordinátájú pontban: $v_x = 4$ m/s és $v_y = -2$ m/s. Mekkora és milyen irányú a test origóra vonatkoztatott perdülete? -20 kg m/s, az óramutató járásával megegyező irányú (-z tengely irányú)
10. * Az xy síkban egy 2 kg tömegű test állandó 3 m/s sebességgel mozog a +y tengely irányában. Pályája az x tengelyt a (3 m, 0 m) pontban metszi.
    a) Mekkora és milyen irányú a test origóra vonatkozó perdülete?
       18 Js, az óramutató járásával ellentétes irányú (+z tengely irányú)
    b) Mekkora és milyen irányú a testnek az (5 m, -2 m) pontra vonatkozó perdülete?
       - 12 Js, az óramutató járásával megegyező irányú (-z tengely irányú)

11. 0,5 kg tömegű pontszerű test az xy síkban 3 m/s sebességgel 0,4 m sugarú körpályán mozog az óramutató járásával ellentétes irányban. Mekkora és milyen irányú a testnek a kör középpontjára vonatkozó perdülete? 0,6 Js, az óramutató járásával ellentétes irányú (+*z* tengely irányú)
12. Súlylökésnél használt 4 kg tömegű, 5 cm sugarú vasgolyót tömegközéppontján átmenő tengely körül 5 rad/s szögsebességgel forgatunk. (A golyó tömegközéppontján átmenő tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték $2MR^2/5$.)
    a) Mennyi a vasgolyó perdülete? 0,02 Js
    b) Mennyi a vasgolyó mozgási energiája? 12,5 mJ
13. Mennyi a méterrúd tehetetlenségi nyomatéka a rúdra merőleges, a rúd egyikvégén átmenő tengelyre vonatkozóan? (A rúdra merőleges, a rúd tömegközéppontján átmenő tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték $ML^2/12$.) M/3 kgm^2
14. 0,2 kg tömegű méterrudat 4 rad/s szögsebességgel forgatunk a vízszintes síkban a rúd tömegközéppontján átmenő, függőleges tengely körül. (A tehetetlenségi nyomaték $ML^2/12$.)
    a) Mennyi a rúd perdülete? 0,067 Js
    b) Mennyi a rúd mozgási energiája? 0,53 J
15. * 0,3 kg tömegű testet rögzítünk a 0,2 kg tömegű méterrúd egyik végére. A rudat vízszintes síkban 3 rad/s szögsebességgel forgatjuk az 50 cm jelen átmenő függőleges tengely körül.
    a) Mennyi a rendszernek az 50 cm-nél levő jelen átmenő merőleges tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka? 0,075 kgm^2
    b) Mennyi a rendszer perdülete? 0,225 Js
    c) Mennyi a rendszer mozgási energiája? 0,3375 J
16. * 100 kgm^2 tehetetlenségi nyomatékú tömör henger 5 rad/s szögsebességgel forog.
    a) Mekkora - állandónak feltételezett - fékezőnyomaték szükséges ahhoz, hogy a hengert 30 s alatt megállítsuk? 20 Nm
    b) Mekkora sugárirányú erővel kell a fékpofát a hengerhez nyomni, ha a henger sugara 0,2 m és a csúszási súrlódási együttható értéke 0,4? 250 N
17. * Az *L* hosszúságú, *M* tömegű homogén rúd az egyik végén átmenő vízszintes tengely körül súrlódásmentesen elfordulhat. A rudat vízszintes helyzetből elengedjük. (A tehetetlenségi nyomaték $ML^2/3$)
    a) Mennyi a rúd szöggyorsulása az elengedés pillanatában? $3g/2L$ rad/s^2
    b) Mennyi a rúd tömegközéppontjának gyorsulása az elengedés pillanatában? $3g/4$ m/s^2
    c) Mennyi a rúd végének gyorsulása az elengedés pillanatában? $3g/2$ m/s^2
    d) A rúd függőleges helyzetében mennyi a szögsebessége? $(3g/L)^{1/2}$ rad/s
    e) Mennyi a rúd végpontjának sebessége a rúd függőleges helyzetében? $(3gL)^{1/2}$ m/s
18. * A mennyezetre szerelt csigán átvetett fonál egyik végén 2 kg tömegű, a másik végén 5 kg tömegű test van. A tömör, 20 cm sugarú csiga tömege 8 kg, a fonál nem csúszik meg a csigán, tömege elhanyagolható. (A tehetetlenségi nyomaték $MR^2/2$.)
    a) Mennyi a tömegek gyorsulása? 2,68 m/s^2
    b) Mennyi a csiga szöggyorsulása? 13,4 rad/s^2
    c) Mennyi a fonál két részét feszítő erő? 35,67 N; 25 N

19. * A mennyezetre szerelt csigán átvetett fonál egyik végén 2 kg tömegű test, a másik végén 5 kg tömegű test van. A tömör, 20 cm sugarú csiga tömege 8 kg, a fonál nem csúszik meg a csigán, tömege elhanyagolható. Az 5 kg tömegű test 3 m-rel magasabban van a 2 kg tömegűnél, a két test nyugalomból indul. Mekkora lesz a sebességük, amikor egymás mellé érnek? (A tehetetlenségi nyomaték $MR^2/2$.) 2 m/s
20. * A 6.1 ábrán a 37°-os hajlásszögű súrlódásmentes lejtőn lévő m_1 = 15 kg tömegű hasáb egy 0,25 cm sugarú csigán átvetett, elhanyagolható tömegű fonállal van az m_2 = 20 kg tömegű testtel összekötve. A súrlódásmentes lejtőn lévő m_1 tömegű test 2 m/s^2 állandó gyorsulással mozog a lejtőn felfelé. A fonál nem csúszik meg a csigán.
    a) Mennyi a fonál két részében ható fonálerő értéke? 156,2 N; 118,3 N
    b) Mennyi a csiga tehetetlenségi nyomatéka? 1,18 kg m^2



6.1 ábra

21. * Rögzített tengely körül forgó kerékre kifejtett erő és a súrlódási erő eredő forgatónyomatéka 40 Nm. Az erő 10 s-ig hat a kezdetben nyugalomban lévő kerékre; 10 s alatt a kerék szögsebessége 10 rad/s-ra növekszik. Ezt követően csak a súrlódásból származó forgatónyomaték hat a kerékre és a kerék 50 s alatt fékeződik le.
    a) Mennyi a kerék szöggyorsulása az első 10 s-ban? 1 rad/s^2
    b) Mennyi a kerék szöggyorsulása 10 s és 60 s között? -0,2 rad/s^2
    c) Mennyi a kerék tehetetlenségi nyomatéka? 40 kg m^2
    d) Mennyi a súrlódási erő által kifejtett forgatónyomaték nagysága? -8 Nm
    e) Mennyi a kerék szögelfordulása radiánban? 300 rad
    f) Összesen hányat fordult a kerék? 47,8 fordulatot
22. * Kerekes kút hengerének és kerekének együttes tehetetlenségi nyomatéka forgástengelyre 1,1 kg m^2. A 15 cm sugarú hengerre feltekert, elhanyagolható tömegű kötél végén lévő 5 kg tömegű vödröt elengedjük.
    a) Mennyi a vödör gyorsulása? 0,91 m/s^2
    b) Mekkora erő feszíti a kötelet? 44,5 N
23. 3 kg tömegű, 5 cm sugarú tömör henger tisztán gördül a vízszintes talajon, tömegközéppontjának sebessége 2 m/s. (A tehetetlenségi nyomaték $MR^2/2$.)
    a) Mennyi a henger szögsebessége? 40 rad/s
    b) Mennyi a henger tömegközéppont körüli forgásból származó mozgási energiája? 3 J
    c) Mennyi a henger tömegközéppontjának transzlációs mozgási energiája? 6 J

d) Mennyi a henger teljes mozgási energiája? 9 J

24. * Mennyi a θ hajlásszögű lejtőn tisztán gördülő mozgást végző R sugarú, M tömegű tömör korong tömegközéppontjának gyorsulása? (A tehetetlenségi nyomaték $MR^2/2$.)
    $2g \sin(\theta)/3$
25. * Legalább mennyinek kell lennie a tapadási súrlódási együtthatónak, hogy az R sugarú M tömegű tömör korong a θ hajlásszögű lejtőn tisztán gördülő mozgást végezzen? (A tehetetlenségi nyomaték $MR^2/2$.) $\tan(\theta)/3$
26. * θ = 30° hajlásszögű lejtőn h = 2 m magasságból elengedünk egy tömör, R = 5 cm sugarú, M = 4 kg tömegű golyót. (A golyó tehetetlenségi nyomatéka $2MR^2/5$.)
    a) Mennyi a golyó sebessége a lejtő alján? 3,74 m/s
    b) Mennyi a golyó gyorsulása? 3,5 m/s^2
27. * Súrlódásmentesen csapágyazott, függőleges tengelyű forgózsámolyon ülő tanuló mindkét kezében 5 kg tömegű súlyzó van. Amikor a tanuló mindkét karja vízszintesen ki van nyújtva, a súlyzók 1 m távolságra vannak a forgástengelytől. A forgózsámolyból és tanulóból álló rendszer tehetetlenségi nyomatékát tekintsük állandónak, melynek értéke 2,5 kgm^2. Amikor a tanuló mindkét karja ki van nyújtva, 1 rad/s szögsebességgel megforgatjuk a forgózsámolyt.
    a) Mekkora lesz a rendszer szögsebessége, ha a tanuló mindkét karját a forgástengelytől 30 cm távolságra behúzza? 3,68 rad/s
    b) Mekkora munkavégzés szükséges ehhez? 16,77 J
28. * Egy 50 kg tömegű gyermek áll egy 300 kgm^2 tehetetlenségi nyomatékú, 2 m sugarú, függőleges forgástengelyű, súrlódásmentesen csapágyazott, nyugalomban lévő forgótárcsa szélén. A gyermek a forgótárcsa szélén állandó 1 m/s földhöz viszonyított sebességgel kezd el a sétálni az óramutató járásával ellentétes irányban.
    a) Milyen irányban kezd el forogni a forgótárcsa? Az óramutató járásával megegyező irányban.
    b) Mennyi a forgótárcsa szögsebessége? 0,33 rad/s

7. Folyadékok és gázok mechanikája

1. A 14 karátos arany tömegének 14/24-ed része (58,33 %-a) arany, 10/24-ed része (41,67 %-a) vörösréz. Az arany sűrűsége 19 300 kg/m^3, a vörösréz sűrűsége 8 940 kg/m^3. Mennyi a 14 karátos arany sűrűsége? 13 015,5 kg/m^3
2. Mekkora nyomást fejt ki a 0,5 cm sugarú, kör alakú cipősarok a talajra, amikor egy 60 kg tömegű nő egy lábon állva magas sarkú cipőjének sarkán egyensúlyoz? $7{,}5\cdot10^6$ N/m^2
3. Mennyi a nyomás a gépkocsi kerekében, ha a manométer 2,5 atmoszféra nyomást mutat? 3,5 atmoszféra
4. A hidraulikus emelő kisebb hengerének keresztmetszete 2 cm^2, nagyobb hengerének keresztmetszete 200 cm^2. Mekkora erőt kell a kisebb hengerre kifejteni, hogy egy 10 000 N súlyú testet fel tudjunk emelni? 100 N
5. 50 m x 20 m –es úszómedencében a vízmélység 2,5 m. A víz sűrűsége 1 000 kg/m^3.

a) Mennyi a vízoszlop nyomása a medence fenekén? $2{,}45\cdot10^4$ Pa

b) Mennyi az abszolút nyomás a medence fenekén, ha a légköri nyomás 1 000 hPa? $1.245\cdot10^5$ Pa

c) Mekkora erővel nyomja a víz a medence alját? $1{,}245\cdot10^8$ N

d) Mekkora erővel nyomja a víz a medence rövidebb oldalát? $6{,}13\cdot10^5$ N

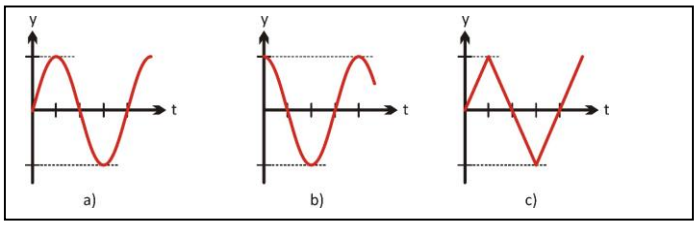
e) Mekkora erővel nyomja a víz a medence hosszabb oldalát? $1{,}53\cdot10^6$ N

6. Állítólag Blaise Pascal 984 kg/m^3 sűrűségű bordeaux-i vörösborral ismételte meg a Torricelli kísérletét. Mennyi a folyadékoszlop hossza, ha a külső légnyomás 1 013 hPa? 10,49 m
7. 1 cm^2 keresztmetszetű U alakú csőbe 13 600 kg/m^3 sűrűségű higanyt öntünk. Mennyi lesz a cső két ágában lévő higanyoszlop szintkülönbsége, ha a cső egyik ágába 10 cm^3, 1000 kg/m^3 sűrűségű vizet öntünk? 7,35 mm
8. Egy 12 cm x 5 cm x 25 cm méretű téglatestet vízbe merítünk úgy, hogy a 25 cm hosszú élei függőlegesen helyezkedjenek el. A téglatest felső lapja 10 cm-rel van a víz felszíne alatt.
   a) Mekkora és milyen irányú erő hat a téglatest felső lapjára? 5,89 N, lefelé
   b) Mekkora és milyen irányú erő hat a téglatest alsó lapjára? 20,6 N felfelé
   c) Mekkora a testre ható felhajtóerő? 14,7 N
9. A pingpong labda sugara 1,9 cm, átlagos sűrűsége 0,084 g/cm^3. Mekkora erő szükséges ahhoz, hogy teljesen víz alá nyomjuk? (A víz sűrűsége 1 000 kg/m^3.) 0,258 N
10. Mekkora a fonálerő értéke, ha a fonálra felfüggesztett, 2 kg tömegű, 2 700 kg/m^3 sűrűségű alumínium tömb teljes terjedelmével víz alatt van? (A víz sűrűsége 1 000 kg/m^3.) 12,35 N
11. 10 cm élhosszúságú, 750 kg/m^3 sűrűségű fakockát fonállal 1 000 kg/m^3 sűrűségű vízzel telt edény aljához rögzítünk. Mekkora erő feszíti a fonalat, ha a fakocka teljesen víz alatt van? 2,45 N
12. 750 kg/m^3 sűrűségű deszka úszik a folyóban. A deszka vastagságának hányad része emelkedik i a vízből? (A víz sűrűsége 1 000 kg/m^3.) egynegyede
13. A jég sűrűsége 917 kg/m^3, a tengervízé 1 030 kg/m^3. A jéghegy térfogatának hányad része emelkedik ki a tengervízből? 11%-a
14. Egy test súlya a levegőben 40 N, teljesen vízbe merítve 26 N. (A víz sűrűsége 1 000 kg/m^3.)
   a) Mennyi a test térfogata? $1{,}43\cdot10^{-3}$ m^3
   b) Mennyi a test sűrűsége? 2851 kg/m^3

15. 150 l térfogatú tartályt fél collos (1,27 cm) belső átmérőjű csövön keresztül 10 perc alatt lehet megtölteni. Mekkora átlagos sebességgel áramlik a folyadék a csőben? 2,5 m/s
16. * Vízszintes helyzetű, 8 cm^2 keresztmetszetű cső egy szűkítő idom után egy 2,5 cm^2 keresztmetszetű csőben folytatódik. Ha a vastagabb csőben az összenyomhatatlan folyadék áramlási sebessége 0,5 m/s, mennyi a folyadék áramlási sebessége a vékonyabb csőben? 2 m/s
17. * Vízszintes helyzetű, 16 cm^2 keresztmetszetű cső egy folyamatos szűkítő idom után egy 4 cm^2 keresztmetszetű csőben folytatódik. Ha a nagyobb keresztmetszetű csőben a nyomás $8 \cdot 10^4$ Pa, és kisebb keresztmetszetűben pedig $6 \cdot 10^4$ Pa, mennyi az 1000 kg/m^3 sűrűségű víz sebessége a nagyobb átmérőjű csőben? 1,63 m/s
18. Vízszintes helyzetű, 16 cm^2 keresztmetszetű cső egy folyamatos szűkítő idom után egy 4 cm^2 keresztmetszetű csőben folytatódik. Ha a nagyobb keresztmetszetű csőben a nyomás $8 \cdot 10^4$ Pa, és kisebb keresztmetszetűben pedig $6 \cdot 10^4$ Pa, mennyi az 1000 kg/m^3 sűrűségű víz sebessége a kisebb átmérőjű csőben? 6,53 m/s
19. * A Venturi csővel meg lehet mérni a folyadékáramlás sebességét. Ha a belépő cső sugara 2 cm, a kilépő cső sugara 1 cm és a két csőszakaszra csatlakozó manométer által mért nyomáskülönbség $P_1 - P_2 = 15$ kPa, mennyi a 700 kg/m^3 sűrűségű benzin szállításának sebessége m^3/s egységben? $2{,}12 \cdot 10^{-3}$ m^3/s
20. * Tetején nyitott, vízzel töltött hordó oldalán 0,9 m-rel a víz felszíne alatt 0,1 cm^2 keresztmetszetű lyuk van.
    a) Mennyi a lyukon kilépő vízsugár sebessége? 4,2 m/s
    b) Hány m^3 víz távozik a hordóból 1 perc alatt? $2{,}52 \cdot 10^{-3}$ m^3

8. Rezgések

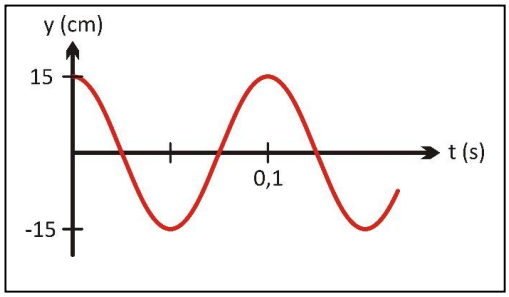
1. A 8.1 ábrán látható periodikus mozgások kitérés-idő függvények közül melyik nem harmonikus rezgőmozgás? a c) ábrán látható függvény



8.1 ábra

2. Az ábrán egy harmonikus rezgőmozgást végző test kitérése látható az idő függvényében.

a) Mennyi a rezgés amplitúdója? 15 cm
b) Mennyi a rezgés periódusideje? 0,1 s
c) Mennyi a rezgés frekvenciája? 10 Hz



8.2 ábra

3. 10 s alatt 5 teljes rezgést végez egy harmonikusan rezgő test.

a) Mennyi a rezgés periódusa? 2 s
b) Mennyi a rezgés frekvenciája? 0,5 Hz
c) Mennyi a rezgés körfrekvenciája? π rad/s

4. Harmonikus rezgőmozgást végző test helyzetét (SI egységekben) idő függvényében az alábbi kifejezés adja meg:

$$x(t) = 0{,}4\cos(3\pi t + \pi/2).$$

a) Mennyi a rezgés amplitúdója? 0,4 m
b) Mennyi a rezgés kezdőfázisa? π/2
c) Mennyi a rezgés fázisa a t = 0,5 s pillanatban? 2 π

d) Mennyi a rezgés körfrekvenciája? 3 π
e) Mennyi a rezgés frekvenciája? 1,5 Hz
f) Mennyi a rezgés periódusideje? 2/3= 0,67 s
g) Mennyi a kitérés értéke a *t* = 0,5 s pillanatban? 0,4 m

5. Harmonikus rezgőmozgást végző tömegpont helyzetét (SI egységekben) az idő függvényében az alábbi kifejezés adja meg:

$$x(t) = 0{,}1\cos(2\pi t + 4).$$

a) Mennyi a rezgés periódusideje? 1 s
b) Mennyi a tömegpont maximális sebessége? 0,628 m/s
c) Mennyi a tömegpont maximális gyorsulása? 3,95 m/s^2
d) Írja fel a tömegpont sebességét az idő függvényében! $v(t) = -0{,}79\sin(2\pi t + 4)$

6. Harmonikus rezgőmozgást végző tömegpont sebességét (SI egységekben) az idő függvényében az alábbi kifejezés adja meg:

$$v(t) = 0{,}2\pi\cos(\pi t + \pi/6)$$

a) Mennyi a rezgés amplitúdója? 0,2 m
b) Mennyi a rezgés periódusideje? 2 s
c) Írja fel a tömegpont helyzetét az idő függvényében! $x(t) = 0{,}2\sin(\pi t + \pi/6)$ m

7. Harmonikus rezgőmozgást végző tömegpont gyorsulását (SI egységekben) az idő függvényében az alábbi kifejezés adja meg:

$$a(t) = -0{,}32\, sin(2t + \pi/3)$$

a) Mennyi a rezgés periódusideje? π s
b) Mennyi a rezgés amplitúdója? 0,08 m
c) Írja fel a tömegpont helyzetét az idő függvényében! $x(t) = 0{,}08\sin(2t + \pi/3)$

8. * Egy tömegpont 0,2 m amplitúdójú, 0,5 s periódusidejű harmonikus rezgőmozgást végez. A megfigyelés kezdetekor az egyensúlyi helyzeten halad át és sebességének előjele pozitív.
a) Mennyi a rezgés körfrekvenciája? 4 π rad/s
b) Írja fel a kitérést az idő függvényében! $x(t) = 0{,}2\sin(4\pi t)$ m
c) Írja fel a sebességet az idő függvényében! $v(t) = 2{,}51\cos(4\pi t)$ m/s
d) Írja fel a gyorsulást az idő függvényében! $a(t) = -31{,}58\sin(4\pi t)$ m/s^2

9. * Egy tömegpont 0,08 m amplitúdójú, 0,25 s periódusidejű harmonikus rezgőmozgást végez. A megfigyelés kezdetekor az egyensúlyi helyzeten halad át és sebességének előjele negatív.
a) Mennyi a rezgés körfrekvenciája? 8π rad/s
b) Írja fel a kitérést az idő függvényében! $x(t) = -0{,}08\sin(8\pi t)$ m

c) Mikor lesz a kitérés először -4 cm? 0,021 s
d) Mennyi a test sebessége a t = 0,3 s pillanatban? -0,625 m/s
e) Mennyi a test gyorsulása a t = 0,3 s pillanatban? 7,54 m/s^2

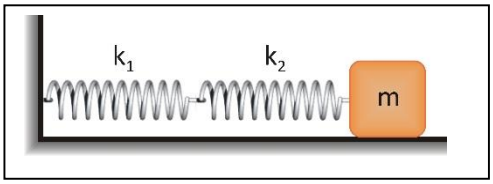
10. Egy autó motorjában a dugattyú harmonikus rezgőmozgást végez és a dugattyú két szélső helyzete a középálláshoz képest ± 5 cm távol van. Amikor a motor fordulatszáma percenként 3000,
    a) mennyi a dugattyú maximális sebessége? 15,71 m/s
    b) mennyi a dugattyú maximális gyorsulása? 4934,8 m/s^2
11. A periódusidő hányadrészében nagyobb a rezgőmozgás kitérése az amplitúdó felénél?
    2/3 részében
12. A periódusidő hányadrészében kisebb a rezgőmozgás kitérése az amplitúdó felénél?
    1/3 részében
13. Egy gerendához erősített függőleges helyzetű rugó alsó végére függesztett 5 kg tömegű testet függőleges irányú rezgésbe hozunk.
    a) Mennyi a rugóállandó értéke, ha a rezgés periódusa 2,5 s? 31,58 N/m
    b) Mekkora tömeg esetén lesz a rezgés periódusa 5 s? 20 kg
14. Függőleges helyzetű, felső végén rögzített rugóra m tömegű testet függesztünk, majd rezgésbe hozzuk.
    a) Mekkora tömegű testet kell az m tömegű test helyére függesztenünk ahhoz, hogy a rezgés frekvenciája kétszeres legyen? $m/4$
    b) Mekkora tömegű testet kell az m tömegű test helyére függesztenünk ahhoz, hogy a rezgés periódusa kétszeres legyen? $4m$
15. Könnyű rugón függő 0,2 kg tömegű test másodpercenként 10 teljes rezgést végez. Mekkora annak a testnek a tömege, amelyik ugyanezen rugóra függesztve másodpercenként 12 rezgést végez? 0,14 kg
16. Ha egy függőleges helyzetű, az alsó végén rögzített könnyű rugóra 1 kg tömegű testet helyezünk, a rugó 2 cm-el nyomódik össze. A testet rezgésbe hozzuk.
    a) Mennyi a rugó rugóállandója? 245,25 N/m
    b) Mennyi a rezgés körfrekvenciája? 15,66 rad/s
    c) Mennyi a rezgés frekvenciája? 2,49 Hz
    d) Mennyi a rezgés periódusideje? 0,4 s
17. * 50 N/m rugóállandójú rugóhoz erősített, 0,5 kg tömegű kiskocsi súrlódásmentes légpárnás asztalon harmonikus rezgőmozgást végez. A kiskocsit a t = 0 s pillanatban az x = - 4 cm helyzetben (a rugó 4 cm-re benyomott állapotában) engedjük el.
    a) Mennyi a rezgés periódusideje? 0,628 s
    b) Mennyi a kiskocsi maximális sebessége? 0,4 m/s
    c) Mennyi a kiskocsi maximális gyorsulása? 4 m/s^2
    d) Írja fel a kitérést az idő függvényében!
    $x(t) = 0{,}04\cos(\omega t + \pi) = -0{,}04\cos(\omega t)$ m
18. Vízszintes rugóhoz rögzített 0,2 kg tömegű test 0,25 s periódusidejű harmonikus rezgőmozgást végez. A rezgő rendszer teljes mechanikai energiája 2 J,

a) Mennyi a rugóállandó értéke? 28,36 N/m
b) Mennyi a rezgés amplitúdója? 0,37 m

19. Harmonikus rezgőmozgást végző test amplitúdóját háromszorosára növeljük.
a) Hogyan változik a teljes mechanikai energia? kilencszeres lesz
b) Hogyan változik a maximális sebesség? háromszoros lesz
c) Hogyan változik a maximális gyorsulás? háromszoros lesz
d) Hogyan változik a rezgés periódusa? nem változik

20. 70 N/m rugóállandójú rugóhoz rögzített 0,1 kg tömegű test vízszintes, súrlódásmentes felületen 5 cm amplitúdóval harmonikus rezgőmozgást végez.
a) Mennyi a rezgő rendszer teljes mechanikai energiája? $8{,}75 \times 10^{-2}$ J
b) Mennyi a test sebessége, amikor a kitérés 1 cm? 1,3 m/s
c) Mennyi a rezgő rendszer helyzeti energiája, amikor a kitérés 1 cm? $3{,}5 \times 10^{-2}$ J

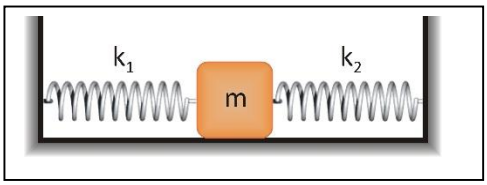
21. * A 8.3 ábrán látható k_1 rugóállandójú, egyik végén rögzített rugóhoz k_2 rugóállandójú rugót kapcsolunk, az utóbbihoz pedig egy *m* tömegű testet. A testet a vízszintes, súrlódásmentes asztalon harmonikus rezgőmozgásba hozzuk.
a) Milyen rugóállandójú rugóval helyettesíthető a két sorba kapcsolt rugó?
$k_1\, k_2/(k_1 + k_2)$
b) Mennyi a rezgés frekvenciája? $(k_1\, k_2/m\, (k_1 + k_2))^{1/2}/2\pi$



8.3. ábra

22. * A 8.3 ábrán látható k_1 = 200 N/m rugóállandójú, egyik végén rögzített rugóhoz k_2 = 400 N/m rugóállandójú rugót kapcsolunk, az utóbbihoz pedig egy *m* =2 kg tömegű testet. A testet vízszintes, súrlódásmentes asztalon harmonikus rezgőmozgásba hozzuk.) Mennyi a rezgés periódusideje? 0,243 s

23. * A 8.4 ábrán vízszintes, súrlódásmentes asztalon k_1 és k_2 rugóállandójú rugók közé befogott *m* tömegű test látható.
a) Mennyi a két rugót helyettesítő rugó rugóállandója? $k_1 + k_2$
b) Mennyi a rezgés frekvenciája, ha a testet harmonikus rezgésbe hozzuk?
$((k_1 + k_2)/m)^{1/2}/2\pi$



8.4 ábra

24. * A k_1 és k_2 rugóállandójú rugók egyik végét rögzítjük, másik végüket pedig egy *m* tömegű testhez kapcsoljuk (párhuzamosan kapcsoljuk a két rugót). A testet a vízszintes, súrlódásmentes asztalon harmonikus rezgőmozgásba hozzuk.
    a) Milyen rugóállandójú rugóval helyettesíthető a két párhuzamosan kapcsolt rugó? $k_1 + k_2$
    b) Mennyi a rezgés periódusideje? $2\pi(m/(k_1 + k_2))^{1/2}$
25. Hányszorosára változik a fonálinga periódusideje, ha hosszát négyszeresére növeljük?
    kétszeresre
26. Budapesten mennyi a 2 s lengésidejű fonálinga hossza? (Ez a másodperc inga.)
    0,994 m
27. Mennyi az 1 m hosszúságú fonálinga lengésideje a Holdon? (A Holdon a nehézségi gyorsulás értéke a Földön mérhető érték hatoda) 4,91 s

9. Hullámok

1. Megfeszített húron az *x* tengely mentén terjedő tranzverzális deformációt (SI rendszerben) a *t* = 0 pillanatban az

$$y(x,0) = \frac{0{,}1}{x^2 + 2}$$

függvény adja meg. Írja fel a pozitív *x* tengely irányába 3 m/s sebességgel haladó deformációt megadó $y(x,t)$ függvényt.

$$(x,t) = \frac{0{,}1}{(x-3)^2 + 2}$$

2. Megfeszített húron az x tengely mentén terjedő tranzverzális deformációt (SI rendszerben) az

$$y(x,t) = \frac{0{,}05}{(x+1{,}5)^2 + 3}$$

függvény adja meg.

a) Milyen irányba halad a deformáció? negatív *x* tengely irányába
b) Mennyi a deformáció sebességének nagysága? 1,5 m/s

3. A földrengés epicentrumából kiinduló S és P hullámokat a szeizmográf 13,4 s időkülönbséggel észleli. Milyen távol van a szeizmográf a földrengés epicentrumától, ha a két hullám ugyanazt az utat 4,5 km/s illetve 7,8 km/s sebességgel teszi meg?
44,22 km

4. Egy tranzverzális hullám szomszédos maximumai közötti távolság 1,4 m és egy tetszőleges ponton 16 s alatt 10 maximum halad át. Mennyi a hullám terjedési sebessége?
0,875 m/s

5. Szinusz hullám terjed egy kötélen. A hullámot keltő oszcillátor 40 s alatt 50 rezgést kelt, a hullám egy adott maximuma a kötélen 10 s alatt 3,2 m távolságot tesz meg. Mennyi a hullámhossz? 0,256 m

6. Ha egy húr 8 Hz frekvenciával rezeg és a keltett tranzverzális hullám hullámhossza 0,4 m, mennyi a hullám terjedési sebessége? 3,2 m/s

7. Egy tranzverzális harmonikus hullámot (SI rendszerben) megadó függvény:

$$y(x,t) = 0{,}03\,\sin(2\pi x - \pi t).$$

a) Mennyi a hullám amplitúdója? 0,03 m
b) Mennyi a cirkuláris hullámszám? 6,28 rad/m
c) Mennyi a hullámhossz? 1 m
d) Mennyi a körfrekvencia? 3,14 rad/s
e) Mennyi a frekvencia? 0,5 Hz
f) Mennyi a periódus? 2 s

g) Mennyi a hullámterjedés sebessége? 0,5 m/s
h) Milyen irányba terjed a hullám? + x tengely

8. Egy tranzverzális harmonikus hullámot (SI rendszerben) megadó függvény:

$$y(x,t) = 0{,}02\,\sin(5\pi x - 4{,}2t + \pi/6).$$

a) Mennyi a kezdőfázis? 0,524 rad
b) Mennyi a hullám fázisa az x = 0,5 m helyen a *t* = 1,5 s pillanatban? 2,078 rad
c) Mennyi a kitérés az x = 0,5 m helyen a *t* = 2 s pillanatban? 0,0175 m
d) Mennyi a hullám terjedési sebessége? 0, 267 m/s

9. Fonálon terjedő tranzverzális harmonikus hullámot ad meg (SI rendszerben) az alábbi függvény:

$$y(x,t) = 0{,}01\,\cos(8\pi x + 4\pi t).$$

a) Mennyi a cirkuláris hullámszám? 8π rad/m
b) Mennyi a hullámhossz? 0,25 m
c) Mennyi a körfrekvencia? 4π rad/s
d) Mennyi a frekvencia? 2 Hz
e) Mennyi a periódus? 0,5 s
f) Mennyi a hullámterjedés sebessége? 0,5 m/s
g) Milyen irányba terjed a hullám? - x tengely

10. * Fonálon terjedő tranzverzális harmonikus hullámot ad meg (SI rendszerben) az alábbi hullámfüggvény:

$$y(x,t) = 0{,}01\,sin\,(0{,}5\pi x - 2\pi t).$$

a) A *t* = 0,3 s pillanatban mennyi a fonál *x* = 1 m helyen lévő pontjának tranzverzális sebessége? -0,06 m/s
b) A *t* = 0,3 s pillanatban mennyi a fonál *x* = 1 m helyen lévő pontjának tranzverzális gyorsulása? -0.12 m/s^2

11. * Megfeszített kötélen a +x irányba (jobbra) terjedő tranzverzális harmonikus hullám amplitúdója 0,1 m, hullámhossza 0,3 m, frekvenciája 20 Hz. A kötél kitérése az *x* = 0 helyen a *t* = 0 pillanatban $y(0{,}0) = -0{,}04$ m és növekszik.
a) Mennyi a hullámszám értéke? 20,93 rad/m
b) Mennyi a hullám periódusideje? 0,05 s
c) Mennyi a hullám körfrekvenciája? 125,66 rad/s
d) Mennyi a hullámterjedési sebesség nagysága? 6 m/s
e) Írja fel az $y(x,t)$ hullámfüggvényt! $y(x,t) = 0{,}1\,sin(20{,}93\,x - 40\pi\,t + 3{,}553)$

12. * Megfeszített kötélen a -x irányba (balra) terjedő tranzverzális harmonikus hullám amplitúdója 0,07 m, hullámhossza 0,4 m, frekvenciája 5 Hz. A kötél kitérése az *x* = 0 helyen a *t* = 0 pillanatban $y(0{,}0) = 0{,}03$ m és csökken.
a) Mennyi a hullámszám értéke? 15,7 rad/m
b) Mennyi a hullám periódusideje? 0,2 s
c) Mennyi a hullám körfrekvenciája? 31,41 rad/s
d) Mennyi a hullámterjedési sebesség nagysága? 2 m/s
e) Írja fel az $y(x,t)$ hullámfüggvényt! $y(x,t) = 0{,}07\,sin(15{,}7\,x + 10\pi\,t + 2{,}7)$

13. Az egyik zongorahúr egységnyi hosszúságra eső tömege $5 \cdot 10^{-3}$ kg/m. Ha a zongorahúrt 1350 N erővel feszítjük meg, mennyi a húron terjedő tranzverzális hullám sebessége?
519,62 m/s

14. Megfeszített húron terjedő tranzverzális haladó hullámsebessége 200 m/s, frekvenciája 400 Hz. A húr egységnyi hosszúságra eső tömege (lineáris tömegsűrűsége) 4,1 g/m.

a) Mennyi a hullámhossz? 0,4 m
b) Mennyi a cirkuláris hullámszám? 5π rad/m
c) Mekkora erő feszíti a húrt? 164 N

15. Megfeszített húron terjedő tranzverzális hullám hullámfüggvénye (SI egységekben):

$$y(x,t) = 0{,}005\, sin(\pi\, x + 400\pi\, t + \pi/4).$$

16. Mennyi a hullámhossz? 2 m
17. Mennyi a hullámterjedés sebessége? 200 m/s
18. Mekkora a húrt feszítő erő, ha a húr lineáris tömegsűrűsége 70 g/m? 700 N
19. Szilárd anyagokban kelthetünk tranzverzális és longitudinális hullámokat is. A tranzverzális hullámok terjedési sebességét a nyírási rugalmassági modulus és az anyag sűrűsége, a longitudinális hullámok terjedési sebességét a Young-féle rugalmassági modulus (rugalmassági együttható) és az anyag sűrűsége határozza meg. Az acél sűrűsége 7850 kg/m^3, Young modulusa $2 \cdot 10^{11}$ N/m^2, nyírási rugalmassági modulusa $8{,}4 \cdot 10^{10}$ N/m^2.

a) Mennyi az acélban terjedő longitudinális hullám terjedési sebessége?
$1{,}65 \cdot 10^4$ m/s
b) Mennyi az acélban terjedő tranzverzális hullám terjedési sebessége?
$1{,}03 \cdot 10^4$ m/s

20. * Folyadékokban és gázokban nincs nyíróerő, így ezekben csak longitudinális hullámok terjednek. A folyadékokban a hullám terjedési sebességét a térfogati rugalmassági modulus és a folyadék sűrűsége határozza meg. A levegőben keltett longitudinális hullám a hang. A hang terjedési sebessége levegőben 340 m/s, a vízben pedig 1450 m/s. Mennyivel korábban érkezik a 2 km távol lévő hangforrástól a horgászig a hang a vízen, mint a levegőben?
4,5 s

21. 200 m/s vízszintes sebességgel haladó repülőgép rövid hangjelet bocsát ki. A földről visszavert jelet 4 s múlva észleli. Milyen magasan van a repülőgép, ha a hang terjedési sebessége levegőben 340 m/s? 550 m

22. Milyen messze vagyunk a villámcsapás helyétől, ha a dörgést a villámlásnál 12 másodperccel később halljuk? A hang sebessége 343 m/s, a fény sebessége $3 \cdot 10^8$ m/s.
4116 m

23. * Egy vonat az autópályával párhuzamos sínen állandó, 25 m/s sebességgel halad, az autópályán egy személygépkocsi ugyanabba az irányba állandó, 40 m/s állandó sebességgel mozog. A vonat sípjának frekvenciája 320 Hz, az autó kürtjének frekvenciája 550 Hz. A hangsebesség 343 m/s.

a) Ha a gépkocsi a vonat mögött van, milyen frekvenciájúnak hallják a gépkocsiban tartózkodók a vonat sípját? 333 Hz
b) Ha a gépkocsi a vonat mögött van, milyen frekvenciájúnak hallják a vonat utasai a gépkocsi kürtjét? 577,2 Hz

c) Ha a gépkocsi a vonat előtt van, milyen frekvenciájúnak hallják a gépkocsiban tartózkodók a vonat sípját? 304,9 Hz

d) Ha a gépkocsi a vonat előtt van, milyen frekvenciájúnak hallják a vonat utasai a gépkocsi kürtjét? 528,46 Hz

24. A felénk közeledő mentőautó szirénájának frekvenciáját 550 Hz-nek, a tőlünk távolodóét 490 Hz-nek halljuk. Mennyi a mentőautó sebessége, ha a hangsebesség 343 m/s?

19,8 m/s

25. A hang intenzitásának relatív egységben történő megadására szolgál a bel (B) és a decibel (dB). A viszonyítási érték az ember $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 hallásküszöbe. Az intenzitás decibelben:

$$10\ lg\ (\frac{I}{I_0})\ .$$

Hány decibel a $2 \cdot 10^{-6}$ W/m^2 nagyságú hangintenzitás? 63 dB

26. * Mennyi az intenzitás változásának dB-ben számított értéke, ha a hang intenzitás megduplázódik?

3 dB

27. * Mennyi az intenzitás változásának dB-ben számított értéke, ha a hang intenzitás felére csökken?

-3 dB

28. Az 1 W/m^2 hangintenzitás a fájdalomküszöb. Mennyi ez dB-ben? 120 dB

29. Egy hanghullámot két nyalábra osztunk, majd különböző utak megtételét követően egyesítünk. Mennyi a két hullám fáziskülönbsége, ha a hanghullám hullámhossza 0,6 m és az úthossz különbség 0,2 m? 2π/3 rad

30. * Ugyanazon a fonálon az alábbi két impulzus halad:

$$y_1(x,t) = \frac{6}{(3x-2t)^2+4} \qquad y_2(x,t) = \frac{-6}{(3x+2t-8)^2+4}$$

a) Milyen irányban halad az 1. impulzus? + *x* irányba halad

b) Milyen irányban halad a 2. impulzus? -*x* irányba halad

c) Milyen időpontban oltja ki egymást a két impulzus mindenhol? 2 s pillanatban

d) Melyik helyen oltja ki mindig egymást a két impulzus? *x* = 4/3 m helyen

31. * Két, azonos irányba haladó hullám hullámfüggvénye (SI rendszerben)

$$y_1(x,t) = 0{,}1\ sin\ (\pi x - 2\pi t) \quad \text{és}$$

$$y_2(x,t) = 0{,}1\ sin\ (\pi x - 2\pi t + \pi/3).$$

a) Mennyi az eredő hullám amplitúdója? 0,173 m

b) Mennyi az eredő hullámhullámhossza? 2 m

c) Mennyi az eredő hullámfrekvenciája? 1 Hz

d) Írja fel az eredő hullámfüggvényt! $y(x,t) = 0{,}173\ sin\ (\pi x - 2\pi t + \pi/6).$

32. Kifeszített húron két harmonikus hullám ugyanabba az irányba halad. A két hullám fáziskülönbsége π/2, mindkét hullám amplitúdója 2 cm. Mennyi az eredő hullám amplitúdója? 2,83 cm

33. * Két, ellentétes irányba haladó harmonikus hullám hullámfüggvénye (SI rendszerben)

$y_1(x,t) = 0{,}1\, sin\,(\pi x - 4\pi t)$ és

$y_2(x,t) = 0{,}1\, sin\,(\pi x + 4\pi t)$.

a) Írja fel az eredő hullámfüggvényt! $y(x,t) = 0{,}2\, sin(\pi x)\cos(4\pi t)$
b) Milyen *x* koordináta értékeknél vannak az eredő hullám csomópontjai?
0, ±1 m, ±2 m, ±3 m, ± …
c) Mennyi a szomszédos csomópontok távolsága? 1 m
d) Milyen *x* koordináta értékeknél vannak az eredő hullámnak duzzadóhelyei?
±0,5 m, ±1,5 m, ±2,5 m, ± …
e) Mennyi a szomszédos csomópontok és duzzadóhelyek távolsága? 1 m
f) Milyen időpontokban maximális a kitérés értéke?
0, ±0,5 s, ±1 s, ±1,5 s, ± …

34. Mindkét végén befogott, 5 m hosszúságú, 10 g tömegű húrt 50 N nagyságú erő feszít meg. Ha a húrt megpengetjük,
a) mennyi lesz a rezgés alap harmonikusának frekvenciája? 5 Hz
b) mennyi lesz a rezgés második harmonikusának (első felharmonikusának) frekvenciája?
10 Hz

35. * A cselló *A* húrjának hosszúsága 70 cm, tömege 1,2 g, és 220 Hz frekvenciával rezeg (ez az alapharmonikus).
a) Mekkora erő feszíti a húrt? 162,6 N
b) Mekkora a rezgés frekvenciája, ha a húron kialakuló rezgés három szegmensből áll?
660 Hz

36. Milyen frekvenciájú rezgések alakulhatnak ki 2 m hosszúságú, mindkét végén nyitott levegőoszlopban? (Legyen a hang sebessége 340 m/s.)
85 Hz, 170 Hz, 255 Hz, …

37. Milyen frekvenciájú rezgések alakulhatnak ki 2 m hosszúságú, egyik végén nyitott levegőoszlopban? (Legyen a hang sebessége 340 m/s.)
42,5 Hz, 127,5 Hz, 212,5 Hz, …

38. Egy orgonasíp alapharmonikusa 240 Hz, adott hőmérsékleten a hangsebesség 340 m/s.
a) Mennyi az orgonasíp hosszúsága, ha mindkét végén nyitott? 0,708 m
b) Mennyi az orgonasíp hosszúsága, ha egyik végén zárt? 0,354 m

39. *Egy orgonasíp két szomszédos frekvenciája 450 Hz és 550 Hz, a hangsebesség 340 m/s.
a) Mennyi az orgonasíp hosszúsága? 1,7 m
b) Az orgonasíp mindkét végén nyitott, vagy egyik végén zárt? egyik végén zárt
c) Mennyi az alapharmonikus frekvenciája? 50 Hz

40. A levegőben a hangsebesség 340 m/s, héliumban pedig 970 m/s. Milyen frekvencián szólal meg hélium közegben az a síp, melynek a levegőben 440 Hz az alapharmonikusa?
1255,3 Hz

41. * Hosszú üveghenger egyik végén nyitott és a hengerben egy dugattyút mozgathatunk. Az üveghenger nyitott végénél egy hangvilla 440 Hz frekvenciával rezeg. Az első rezonanciát

akkor észleljük, amikor a dugattyút 19,3 cm-re húzzuk ki. Az üveghenger nyitott végétől milyen távol van a következő rezonancia? 58 cm

42. Két hangvilla közül az egyik 438 Hz frekvenciával rezeg, a másik 442 Hz frekvenciával?

a) Milyen frekvenciájú hangot hallunk? 440 Hz

b) Mennyi a lebegés frekvenciája? 4 Hz

43. * Vannak zongorabillentyűk, melyekhez a nagyobb hangintenzitás elérése céljából két húr tartozik, Ilyen a 110 Hz frekvenciájú hangot megszólaltató billentyű. Mennyi a lebegés frekvenciája,ha az egyik húrnál a feszítő erő a normális 600 N értékről 540 N-ra csökken?

5,64 Hz

44. * Változtatható fordulatszámú villanymotor és excenter (körhagyó) segítségével gumikötélen cirkulárisan (körkörösen) polarizált hullámokat hozhatunk létre. (A gumikötél minden pontja a hullámterjedésre merőleges síkban körpályán mozog). Ha a körkörösen polarizált hullám útjába egy keskeny keretet (polarizátort) helyezünk, ez a hullámnak csak a rés vonalába eső összetevőjét engedi át, így lineárisan (síkban) polarizált hullámot kapunk. A polarizátor (rés) síkjának elforgatásával változik a polarizáció síkja. Ha a lineárisan polarizált hullám útjába egy másik keretet (analizátort) helyezünk, az analizátor síkjának elforgatásával változik a polarizáció síkja és az áteresztett hullám amplitúdója.

a) Ha az analizátorra érkező hullám amplitúdója A és az analizátor a polarizátorral 0°-os szöget zár be, mennyi a hullám amplitúdója az analizátor után? A

b) Ha az analizátorra érkező hullám amplitúdója A és az analizátor a polarizátorral 90°-os szöget zár be, mennyi a hullám amplitúdója az analizátor után? 0

c) Ha az analizátorra érkező hullám amplitúdója A és az analizátor a polarizátorral 60°-os szöget zár be, mennyi a hullám amplitúdója az analizátor után? $A/2$

d) Ha az analizátorra érkező hullám amplitúdója I_0 és az analizátor a polarizátorral 60°-os szöget zár be, mennyi a hullám intenzitása az analizátor után? $I_0/4$

10. Hőtan

1. 25°C hány Kelvin? 298 K
2. A hőmérsékletkülönbség 180°C. Mennyi a hőmérsékletkülönbség Kelvinben? 180 K
3. Ha a réz vezeték – 20°C-on 45 m hosszú, mennyi a hossza +30°C hőmérsékleten? A réz lineáris hőtágulási együtthatója $1{,}7 \cdot 10^{-5}$ 1/K. 45,38 m
4. Mennyi 90°C-on az acéllemez területe, ha 20°C-on a mérete 0,2 m x 0,5 m? ($\alpha = 1{,}1 \cdot 10^{-5}$ 1/°C) 0,10015 m^2
5. * 10 l térfogatú alumínium kannát15°C-on megtöltünk benzinnel. Mennyi benzin folyik ki, ha a hőmérséklet 50°C-ra melegszik? ($\alpha = 2{,}4 \cdot 10^{-5}$ 1/K, $\beta = 9{,}6 \cdot 10^{-4}$ 1/K) 0,31 l
6. Kör alakú rézlemez közepéből kivágunk egy téglalap alakú részt. Melegítés hatására változik-e a kör és a téglalap alakú kivágás területének aránya? nem
7. * 5 m hosszú, 10 cm^2 keresztmetszetű acél gerendát mindkét végén rögzítettünk. Mekkora erő ébred a rögzítési pontokban, ha azok távolsága nem változik, amikor a hőmérséklet 30°C-kal csökken? ($\alpha = 1{,}1 \cdot 10^{-5}$ 1/K, a Young modulus $2{,}1 \cdot 10^{11}$ N/m^2) 69 300 N
8. 12 l térfogatú tartályban 27°C hőmérsékletű gáz nyomása $6 \cdot 10^5$ Pa.
   a) Hány mól gáz van a tartályban? 2,88
   b) Hány gázmolekula van a tartályban? $1{,}75 \cdot 10^{24}$
9. Két mól nitrogén (N_2) gáz nyomása $5 \cdot 10^5$ Pa, hőmérséklete 27°C
   a) Mennyi a gáz térfogata? 0,01 m^3
   b) Mennyi lesz a gáz hőmérséklete, ha a gázt állandó térfogaton melegítve a nyomása kétszeresére növekszik? 600 K
   c) Mennyi lesz a gáz hőmérséklete, ha a gázt melegítve a nyomása és térfogata is kétszeresére növekszik? 1 200 K
10. * 36 g vizet öntünk egy 2 literes kuktába, majd 200°C-ra melegítjük fel. Menny lesz a nyomás a kukta belsejében? $3{,}93 \cdot 10^6$ Pa
11. * A tartály nyomásmérője a belső és külső nyomás különbségét mutatja. Ha a tartály tele van oxigén (O_2) gázzal, akkor a gáz tömege 12 kg és a nyomásmérő $40 \cdot 10^5$ Pa nyomást mutat. Mennyi oxigén gáz maradt a tartályban, ha a nyomásmérő $15 \cdot 10^5$ Pa nyomást mutat? 4,68 kg
12. 0,6 kg tömegű ezüstrúd hőmérséklete 20°C-kal emelkedik 4,21 kJ elnyelt hő hatására.
   a) Mennyi az ezüst fajhője? 234 J/kg K.
   b) Mennyi az ezüstrúd hőkapacitása? 140,4 J/ K.
13. 1 kg tömegű, 600°C hőmérsékletű lópatkót dobunk egy 15 kg, 20°C hőmérsékletű vizet tartalmazó vödörbe. Mennyi lesz a közös hőmérséklet? (A vödör hőkapacitását hanyagoljuk el és tegyük fel, hogy elhanyagolható mennyiségű vízgőz keletkezik. A vas fajhője 448 J/kg K , a víz fajhője 4186 J/kg K.) 24 °C
14. Mennyi hő szükséges ahhoz, hogy 0,5 kg, -10°C hőmérsékletű jeget 120°C hőmérsékletű gőzzé alakítsunk? (A jég fajhője 2 100 J/kg K, a jég olvadáshője 333 kJ/kg, a víz fajhője 4 186 J/kg K, a víz forráshője 2 260 kJ/kg, a gőz fajhője 2 010 J/kg K.) 1 536,4 kJ
15. Egy mól ideális gázt lassan melegítünk a kezdeti (p_1,V_1) állapotból a ($2p_1$,$2V_1$) állapotba oly módon , hogy közben a gáz nyomása egyenesen arányosan változik a térfogattal.
   a) Mennyi a gáz által végzett térfogati munka? $1{,}5\ p_1V_1$
   b) Mennyi a gáz hőmérsékletének változása? $3\ p_1V_1$ / R

16. Egy termodinamikai rendszeren 200 J munkát végzünk, miközben a belső energiája 450 J-lal csökken. Mennyi hőt ad le, vagy vesz fel a rendszer? 650 J hőt ad le
17. $0{,}9 \cdot 10^5$ Pa nyomású, 8 liter térfogatú ideális egyatomos gázt állandó nyomáson 2 liter térfogatura nyomunk össze, miközben a gáz 1 350 J hőt ad le.
    a) Mennyi a gáz által végzett munka? -540 J
    b) Mennyivel a gáz belső energiájának megváltozása? -810 J
18. Két mól ideális gáz izotermikus tágulás során 4000 J munkát végez a környezetén. A végállapotban a gáz nyomása 10^5 Pa, térfogata 20 liter.
    a) Mennyi a gáz kezdeti térfogata? 147,8 liter
    b) Mennyi a gáz hőmérséklete? 120,3 K
19. * 300 K hőmérsékletű ideális gáz 2,5 kPa nyomáson izobár folyamatban a kezdeti 1 m^3 térfogatról 5 m^3 térfogatra tágul, miközben 25 kJ hőt vesz fel.
    a) Mennyi a gáz által végzett munka? 10 000 J
    b) Mennyi a belső energia megváltozása? 15 000 J
    c) Mennyi a gáz hőmérséklete a folyamat végén? 1500 K
20. Mennyivel változik meg 2 mól He gáz belső energiája, ha a hőmérsékletét 30 K-nel megnöveljük? 747,9 J
21. 3 mól hidrogén (H_2) gáz hőmérsékletét állandó térfogaton hőközléssel 270 K-ről 400 K-re emeljük.
    a) Mennyi hőt közöltünk a gázzal? 8,1 kJ
    b) Mennyi a gáz belső energiájának megváltozása? 8,1 kJ
22. * Tegyük fel, hogy a kétatomos ideális gáz molekulái transzlációs mozgáson kívül forgómozgást is végeznek.
    a) Mennyi a gáz termodinamikai szabadságfoka? 5
    b) Mennyi az állandó térfogat melletti mólhő? 5 $R/2$
    c) Mennyi az állandó nyomás melletti mólhő? 7 $R/2$
23. * Tegyük fel, hogy a kétatomos ideális gáz molekulái transzlációs mozgáson kívül forgó- és rezgőmozgást is végeznek. (Kétatomos molekulákból álló gázoknál ez csak magas hőmérsékleten következik be.)
    a) Mennyi a gáz termodinamikai szabadságfoka? 7
    b) Mennyi az állandó térfogat melletti mólhő? 7 $R/2$
    c) Mennyi az állandó nyomás melletti mólhő? 9 $R/2$
24. * 2 mól 300 K hőmérsékletű oxigén (O_2) gázzal állandó térfogaton 250 J hőt közlünk.
    a) Mennyi lesz a gáz hőmérséklete? 310 K
    b) Mennyivel növekszik a gáz belső energiája? 250 J
25. * 2 mól ideális egyatomos gáz hőmérséklete állandó nyomáson 290 K hőmérsékletről 440 K-re növekszik.
    a) Mennyi hőt vett fel a gáz? 6 232,5 J
    b) Mennyi munkát végzett a gáz? 2493 J
    c) Mennyivel nőtt a gáz belső energiája? 3739,5
26. * 1 mól ideális egyatomos gáz kezdeti hőmérséklete 300 K. A gáz állandó térfogaton 400 J hőt vesz fel. Ezt követően egy izobár folyamatban a gáz ugyanennyi hőt ad le.
    a) Mennyi a gáz hőmérséklete a második folyamat végén? 312,7 K
    b) Mennyi munkát végzett a gáz? - 159 J

27. Hány atom van 8 g héliumban? (A He moláris atomtömege $4\cdot10^{-3}$ kg/mol, az Avogadro szám $6{,}06\cdot10^{23}$/mol) $12{,}12\cdot10^{23}$
28. * Egy tartályban 300 K hőmérsékletű He gáz van. (A Boltzmann állandó $1{,}38\cdot10^{-23}$ J/K, a He moláris atomtömege $4\cdot10^{-3}$ kg/mol)
    a) Mennyi a He atomok átlagos mozgási energiája? $6{,}21\cdot10^{-21}$ J
    b) Mennyi a He atomok sebességének négyzetes középértéke? 1372 m/s
29. Mennyi 0,1 kg hélium gáz hőmérséklete, ha belső energiája 100 kJ? ((A Boltzmann állandó $1{,}38\cdot10^{-23}$ J/K) 160,4 K
30. Mennyi az egyatomos ideális gáz egy atomjának átlagos mozgási energiája, ha a gáz hőmérséklete 20°C? $6\cdot10^{-21}$ J
31. Mennyi az egyatomos ideális gáz hőmérséklete, ha az atomok átlagos mozgási energiája $12{,}12\cdot10^{-21}$ J? 293 K
32. 20 literes gázpalackban tárolt He gáz nyomása 120 kPa. Mennyi a gáz belső energiája? 2 400 J
33. 20 literes gázpalackban tárolt gáz nyomása 120 kPa. Mennyi a gázatomok szabadságfoka, ha a gáz belső energiája 6000 J? 5
34. Egy oxigén-palackban a gáz hőmérséklete 20°C, belső energiája 100 kJ. Hány molekula van a palackban? $9{,}89\cdot10^{24}$ J
35. * Egy tartályban kétféle gáz van. Az egyik mennyisége n_1 mól, mólhője C_1 , a másik mennyisége n_2- mól, mólhője C_2. Mennyi a keverék mólhője? $(n_1C_1 + n_2C_2) / (n_1 + n_2)$
36. * 2 mól $p_1$nyomású, V_1 térfogatú és T_1 hőmérsékletű hélium gáz állandó nyomáson háromszoros térfogatúra tágul, majd állandó térfogaton a nyomását felére csökkentjük.
    a) Mennyi a gáz által végzett munka? 9 972 J
    b) Mennyi a gáz hőmérséklete a folyamat végén? 450 K
    c) Mennyi a gáz belső energiájának megváltozása? 3 739,5 J
37. * Kétatomos ideális gáz nyomása adiabatikus kompresszió során 10^5 Pa nyomásról $20\cdot10^5$ Pa nyomásra növekszik.
    a) Mennyi a fajhő viszony? 1,4
    b) Hányszorosára változik a gáz térfogata? 0,118
    c) Hányszorosára növekszik a gáz hőmérséklete? 2,35
38. * 2 mól 300 K hőmérsékletű, $4\cdot10^5$ Pa nyomású kétatomos ideális gáz térfogata adiabatikus expanzió során a kezdeti 10 literről 30 literre növekszik.
    a) A folyamat végén mennyi a gáz nyomása? $8{,}59\cdot10^5$ Pa
    b) Mennyi a gáz által felvett hő? 0
    c) Mennyi a gáz által végzett munka? 3 556 J
    d) Mennyi a gáz belső energiájának megváltozása? -3 556 J
39. * 1 mól $p_1$nyomású, V_1 térfogatú, és T_1 hőmérsékletű, egyatomos, ideális gázzal négy folyamatból álló ciklust végeztetünk. A gáz kezdeti nyomását állandó térfogatú állapotváltozás során kétszeresére növeljük, az ezt követő izobár tágulás során a gáz térfogatát növeljük kétszeresre, majd állandó térfogaton a gáz nyomását a kezdeti értékre csökkentjük, végül izobár kompresszióval visszavisszük a gázt a kezdeti állapotba.
    a) Egy ciklusban mennyi a gáz belső energiájának megváltozása? 0
    b) Mennyi a gáz által egy ciklusban végzett eredő munka? p_1V_1
    c) Mennyi az első folyamatban a gáz által felvett hő? $3\,p_1V_1/2$
    d) Mennyi a második folyamatban a gáz által felvett hő? $5\,p_1V_1$

e) Egy ciklusban mennyi a gáz által felvett eredő hő? p_1V_1
f) Mennyi a termikus hatásfok? 15,4 %

40. Egy hőerőgép minden ciklusban a magas hőmérsékletű hőtartályból 400 J hőt vesz fel és 30 J munkát végez.
    a) Mennyi a hőerőgép hatásfoka? 7,5 %
    b) Menyi hőt ad le ciklusonként az alacsony hőmérsékletű hőtartályba? 370 J
41. Egy 30% termikus hatásfokú hőerőgép által egy ciklusban végzett munka 400 J.
    a) Ciklusonként mennyi hőt vesz fel a hőerőgép? 1333,3 J
    b) Ciklusonként mennyi hőt ad le a hőerőgép? 933,3 J
42. Egy maximális termikus hatásfokú hőerőgép (Carnot hőerőgép) teljesítménye 300 kW. A hőerőgép 20°C és 500°C hőmérsékletű hőtartályok között működik.
    a) Mennyi a hőerőgép termikus hatásfoka? 62%
    b) Egy óra alatt mennyi energiát vesz fel a hőerőgép a magas hőmérsékletű hőtartályból? 1,08 GJ
    c) Egy óra alatt mennyi energiát ad le a hőerőgép az alacsony hőmérsékletű hőtartályba? 660 MJ
43. Egy hűtőpép jósági tényezője 4, a hűtőgép ciklusonként 60 J energiát von el az alacsony hőmérsékletű hőtartályból.
    a) Ciklusonként mennyi munkavégzés szükséges ehhez? 15 J
    b) Ciklusonként mennyi a magas hőmérsékletű hőtartályba szállított energia? 75 J
44. * Egy hűtőpép jósági tényezője 3, a mélyhűtő hőmérséklete -20°C, a szobahőmérséklet 22°C. A hűtőgép percenként 50 g 22°C vízből 50 g -20°C hőmérsékletű jeget készít. Hány W teljesítmény szükséges ehhez? (A jég fajhője 2100 J/kg K, a víz fajhője 4186 J/kg K, jég olvadáshője 333 kJ/kg) 130 W
45. Egy hőszivattyú teljesítmény tényezője 4, az alacsony hőmérsékletű hőtartályból ciklusonként 300 J hőt vesz fel?
    a) Ciklusonként mennyi hőt szállít a magas hőmérsékletű hőtartályba? 400 J
    b) Ciklusonként mennyi munkavégzés szükséges ehhez? 100 J
46. Mennyi a maximális jósági tényezője annak a hőszivattyúnak (Carnot hőszivattyú), amelyik a -2°C hőmérsékletű külső környezetből szállít hőt a 24°C hőmérsékletű szobába? 11,42
47. * Egy 30% hatásfokú Carnot hőerőgépet fordított irányban, hűtőgépként üzemeltetünk. Mennyi a hűtőgép jósági tényezője? 2,33
48. * 100 g tömegű száraz levegő minta 75,52 g nitrogént (N_2), 23,15 g oxigént (O_2), 1,28 g argont (Ar), 0,05 g széndioxidot (CO_2) és nyomokban metánt, neont, héliumot és egyéb gázokat tartalmaz, a légnyomás $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa,
    a) Mennyi a nitrogén parciális nyomása? 79,1 kPa
    b) Mennyi az oxigén parciális nyomása? 21,2 kPa
    c) Mennyi az argon parciális nyomása? 940 Pa
    d) Mennyi az széndioxid parciális nyomása? 33,3 Pa
    e) Mennyi a levegőminta moláris tömege? 29 g/mol
49. Mennyi hőt vezet 10 perc alatt egy 0,5 cm^2 keresztmetszetű 0,5 m hosszúságú jó hőszigeteléssel ellátott vörösréz rúd a 25°C hőmérsékletű helyre, ha a másikvégét100°C-on tartjuk? (A vörösréz hővezetési együtthatója 400 W/m K.) 1800 J
50. * A szoba hőmérséklete 23°C, a külső hőmérséklet -7°C.

a) Mennyi hő áramlik át 1 s alatt a 25 cm vastag betonfal 1 m^2-én? 252 J

b) Mennyi hő áramlik át 1 s alatt 1 m^2-en, ha a falat 15 cm vastag poliuretán réteggel szigetelik? 5,9 J

c) Mennyi a beton és a szigetelőréteg közötti hőmérséklet? -5,3°C
(A beton hővezetési együtthatója 2,1 W/m K, a poliuretáné 0,03 W/m K)

11. Elektrosztatika

1. Hányszorosára változik két elektromos töltés között fellépő erő, ha a köztük lévő távolságot felére csökkentjük? négyszeresére növekszik
2. Két kicsi, azonos méretű vezető gömb középpontja 0,5 m távolságra van; az egyik töltése 8 nC, a másiké -4 nC.
   a) Milyen irányú a két elektromosan töltött test között fellépő erő? vonzó erő
   b) Mekkora az egyik gömb által a másikra kifejtett erő? $1{,}15 \cdot 10^{-6}$ N
3. Mekkora erővel taszítja egymást az atommagban két proton, ha a közöttük lévő távolság 1 femtométer (10^{-15} m)? 230,4 N
4. * Két, megegyező sugarú vezető gömb elektromos töltése 14 µC és -6 µC. A két gömböt összeérintjük, majd eltávolítjuk egymástól. Mennyi lesz az egyes gömbök töltése? 4 µC
5. Két pontszerű test távolsága 2 m. az egyik töltése 20 µC, a másiké 8 µC. A két töltést összekötő egyenesen, a két töltés között, a 12 µC nagyságú töltéstől milyen távol van a -q negatív töltés egyensúlyban? 1,225 m
6. Mennyi az elektromos térerősség értéke a -20 µC nagyságú pontszerű töltéstől 2 m távolságban? - 45 000 V / m
7. Mekkora erővel hat az elektromos mező a 2 µC nagyságú elektromos töltésre abban a pontban, ahol az elektromos térerősség értéke $4 \cdot 10^5$ V/m? 0,8 N
8. Az xy síkban a q_1 = -4 nC elektromos töltés a (0 m, -0,2 m) pontban, a q_2 = 8 nC elektromos töltés a (0 m, 0 m) pontban, a q_3 = 6 nC elektromos töltés a (0,2 m, 0 m) pontban helyezkedik el.
   a) Mekkora az elektromos térerősség nagysága a (0 m, 0,2 m) pontban? 2107 V/m
   b) Mi az elektromos térerősség iránya a (0 m, 0,2 m) pontban? 103,1°
9. 4 µC nagyságú elektromos töltés van a (0,5 m, 0 m) és a (-0,5 m, 0 m) pontokban.
   a) Milyen irányú az elektromos térerősség az + *y* tengelyen lévő pontokban?
      +*y* tengely irányú
   b) Mennyi az elektromos térerősség nagysága a (0 m, 1 m) pontban? $5{,}15 \cdot 10^4$ V/m
10. Az *x* tengelyen az origótól -*a* távolságra -*q* , az origótól +*a* távolságra +*q* töltés van (elektromos dipólus).
    a) Milyen irányú az elektromos térerősség az *y* tengely mentén? -x tengely irányú
    b) Mennyi az elektromos térerősség nagysága az *y* tengelyen, az *y* = 3*a* pontban?
       $-q/(16 \pi \varepsilon_0 a^2)$
11. * A *x* tengelyen az origótól -*a* távolságra -*q* , az origótól +*a* távolságra +*q* töltés van (elektromos dipólus). Mennyi az elektromos térerősség a dipólus tengelyén, a dipólustól nagy távolságra?
    $qa/(4 \pi \varepsilon_0 x^3)$
12. * A fonálinga egy szigetelő anyagból készült fonálból és az arra felfüggesztett *m* tömegű, kis fémgömbből áll. Ha a fémgömbre *q* töltést viszünk és a fonálingát vízszintes irányú, homogén elektromos mezőbe helyezzük, a fonál 30°-os szöget zár be a függőlegessel? Mennyi az *E* elektromos térerősség nagysága? $mg/(3^{1/2}Q)$
13. * Egyenletesen töltött gyűrű sugara *R*, töltése *q*.
    a) Mennyi az elektromos térerősség a gyűrű középpontjában? 0
    b) Mennyi az elektromos térerősség nagysága a gyűrű szimmetriatengelyében, a gyűrű középpontjától *R* távolságban? $2^{1/2}q/(16 \pi \varepsilon_0 R^2)$

14. Homogén elektromos mezőben a 200 V/m nagyságú térerősség vektorok iránya párhuzamos az *yz* síkban a *z* tengellyel 60°-os szöget bezáró iránnyal. Mennyi az elektromos fluxus nagysága az *xy* síkban lévő, 8 m^2 területre? 800 V m
15. A 400 V/m nagyságú, homogén elektromos mező térerősség vektora a +*z* tengely irányába mutat. Mennyi az elektromos fluxus nagysága az origó központú 0,2 m sugarú gömbre?
    0
16. Homogén elektromos mezőben 1 m élhosszúságú kocka helyezkedik el. A kocka csúcsainak koordinátái: (0, 0, 0), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1); az elektromos térerősség komponensei: E_x = 1000 V/m, E_y = 200 V/m, E_z = 400 V/m.

a) Mennyi az elektromos fluxus a kocka xy síkban lévő lapjára? -400 V m
b) Mennyi az elektromos fluxus a kocka xy síkkal párhuzamos lapjára? 400 V m
c) Mennyi az elektromos fluxus a kocka xz síkban lévő lapjára? -200 V m
d) Mennyi az elektromos fluxus a kocka xz síkkal párhuzamos lapjára? 200 V m
e) Mennyi az elektromos fluxus a kocka yz síkban lévő lapjára? -1000 V m
f) Mennyi az elektromos fluxus a kocka yz síkkal párhuzamos lapjára? 1000 V m

17. 10 cm sugarú gömb középpontjában 5 µC nagyságú pozitív töltés van.

a) Mennyi az elektromos térerősség vektornak a gömbfelületre számított fluxusa?
    $5{,}65 \cdot 10^5$ V m
b) Változik-e fluxus, ha az elektromos töltés a gömbön belül, de nem a gömb középpontjában van? nem

18. *q* = 40 nC elektromos töltés van a (0 m, -0,2 m, 0 m) pontban. Mennyi az elektromos térerősség vektornak az origó középpontú 0,1 m sugarú gömb felületére számított fluxusa?
    0
19. A q_1 = -4 nC elektromos töltés a (0 cm, -0,2 cm, 0 cm) pontban, a q_2 = 8 nC elektromos töltés a (0 cm, 0 cm, 0,05 cm) pontban, a q_3 = 6 nC elektromos töltés a (0,2 cm, 0,5 cm, 0,1 cm) pontban helyezkedik el. Mennyi az elektromos térerősség vektornak az origó középpontú 0,3 cm sugarú gömb felületére számított fluxusa? 452 V m
20. 3 cm sugarú vezető gömbre -*q* = 20 nC töltést viszünk.

a) Mennyi az elektromos térerősség nagysága a gömb belsejében? 0
b) Mennyi az elektromos térerősség nagysága a gömb középpontjától 10 cm távolságban?
    18 000 V/m
c) A gömbön kívül milyen irányba mutat az elektromos térerősség vektora?
    a gömb középpontja felé

21. * Vezető gömbhéj belsejében *q* = 50 µC elektromos töltés van.

a) Mennyi az elektromos töltés a gömbhéj 4 cm sugarú belső felületén? -50 µC
b) Mennyi az elektromos töltés a gömbhéj külső felületén? +50 µC
c) Mennyi a felületi töltéssűrűség a gömbhéj 5 cm sugarú külső felületén?
    $1.59 \cdot 10^{-3}$ C/m^2

22. Nagy sík szigetelő felületi töltéssűrűségnek eloszlása egyenletes, értéke 60 nC/m^2.

a) Milyen irányú az elektromos térerősség vektor a felület közepén?
    a felületre merőleges
b) Mennyi az elektromos térerősség vektor nagysága a sík közepén, a sík közelében?
    3390 V/m

23. Nagy fémlap egyenletes felületi töltéssűrűsége 20 nC / m^2. Mennyi az elektromos térerősség vektor nagysága a sík közvetlen közelében, a sík közepén? 2260 V/m

24. * Hosszú, egyenes szigetelő fonál lineáris töltéssűrűsége 200 nC / m. A fonál a tengelye az őt körülvevő 10 cm sugarú hengerfelületnek.

a) Mennyi az elektromos térerősségnek a hengerfelület 1 m hosszú szakaszára számított elektromos fluxusa? $2{,}26 \cdot 10^4$ V m

b) Mennyi a hengerfelületen az elektromos térerősség nagysága? 9 000 V/m

25. $4 \cdot 10^{-3}$J munkát végzünk az 5 µC nagyságú töltésnek az *A* pontból a *B* pontba történő mozgatása során. Mennyi az elektromos potenciálkülönbség (feszültség) a *B* és az *A* pont között? 800 V

26. A katódsugárcső két párhuzamos elektródája között a feszültség 15 000 V. Mennyi a homogén elektromos térerősség nagysága, ha a lemezek távolsága 1,5 cm?
$1 \cdot 10^6$ V m

27. Homogén, pozitív *x* tengely irányú elektromos mezőben az elektromos térerősség vektor nagysága 500 V / m. A 6 µC nagyságú elektromos töltés az origóból a (0,2 m, 0,5 m) pontba mozdul el.

a) Mennyi a töltés- elektromos mező rendszer potenciális energiájának megváltozása?
$-6 \cdot 10^{-4}$ J

b) Mennyi az elektromos potenciál megváltozása? -100 V

28. Mennyi az elektromos potenciál a 30 µC nagyságú, pontszerű töltéstől 2 m távolságra, ha a potenciál értéke a végtelenben nulla? 135 kV

29. Mennyi az elektromos potenciál a -20 µC nagyságú, pontszerű töltéstől 0.5 m távolságra, ha a potenciál értéke a végtelenben nulla? - 360 kV

30. * Két gömb alakú, elektromosan töltött vezető közül az egyik sugara 2 cm, a másiké 6 cm. Az egymástól távol lévő gömböket vékony vezetővel összekötjük, ekkor a 2 cm sugarú gömb töltése 60 nC-ra változik.

a) Mennyi lesz a 6 cm sugarú gömb töltése? 180 nC

b) Hányszorosa az elektromos térerősség a 2 cm sugarú gömb felületén a 6 cm sugarú gömb felületén lévőnek? háromszorosa

31. Kis fémgömb elektromos töltése 20 nC.

a) A gömb középpontjától milyen távolságra 50 V az elektromos potenciál? 3,6 m

b) A gömb középpontjától milyen távolságra 100 V az elektromos potenciál? 1,8 m

c) A gömb középpontjától milyen távolságra 150 V az elektromos potenciál? 1,2 m

32. Egy pontszerű töltéstől bizonyos távolságra az elektromos térerősség értéke 500 V / m, az elektromos potenciálé 3 000 V.

a) Mennyi a ponttöltéstől mért távolság? 6 m

b) Mennyi az elektromos töltés értéke? 2 µC

33. * 4 µC nagyságú elektromos töltés van a (0,5 m, 0 m) és a (-0,5 m, 0 m) pontokban.

a) Mennyi az elektromos potenciál értéke az origóban? 144 kV

b) Mennyi az elektromos potenciál értéke (0 m, 1 m) pontban? 64,4 kV

34. * Az *x* tengelyen az origótól -*a* távolságra -*q*, az origótól +*a* távolságra +*q* töltés van (elektromos dipólus).

a) Mennyi az az elektromos potenciál értéke az *y* tengelyen? 0 V

b) Mennyi az elektromos potenciál értéke az *x* = -2a pontban? $-2q/(12 \pi \varepsilon_0)$

c) Mennyi az elektromos potenciál értéke az x = +2a pontban? $2q/(12\pi\varepsilon_0)$

35. Mekkora sebességre gyorsul fel egy elektron 10 kV potenciálkülönbség hatására? (Az elektron tömege $9{,}11\cdot10^{-31}$ kg.) $5{,}93\cdot10^{7}$ m/s

36. Ha két szigetelt vezető egyikére 2 µC elektromos töltést viszünk, a másikat pedig leföldeljük, a két vezető között 100 V potenciálkülönbség mérünk. Mennyi az elrendezés kapacitása? 20 nF

37. Mekkora a kapacitása annak a kondenzátornak, amelyiket 30 nC töltés 5 V feszültségre tölt fel? 6 nF

38. 16 µF kapacitású kondenzátort 12 V feszültségű akkumulátorra kapcsolunk.

a) Mennyi a kondenzátor töltése? 192 µC

b) Mennyi a kondenzátorban tárolt energia? $1{,}15\cdot10^{-3}$ J

39. 4 µF és 8 µF kapacitású kondenzátorokat sorosan kapcsolunk, majd az elrendezésre 12 V feszültséget kapcsolunk.

a) Mennyi az elrendezés eredő kapacitása? 2,67 µF

b) Mennyi feszültség esik a 4 µF kapacitású kondenzátoron? 8 V

c) Mennyi a 4 µF kapacitású kondenzátor töltése? 32 µC

d) Mennyi feszültség esik a 8 µF kapacitású kondenzátoron? 4 V

e) Mennyi a 8 µF kapacitású kondenzátor töltése? 32 µC

40. 4 µF és 8 µF kapacitású kondenzátorokat párhuzamosan kapcsolunk. Mennyi az elrendezés eredő kapacitása? 12 µF

41. 4 µF és 8 µF kapacitású kondenzátorokat sorosan kapcsolunk, majd ezzel párhuzamosan kapcsolunk egy 10 µF kapacitású kondenzátort. Mennyi az elrendezés eredő kapacitása? 12,67 µF

42. * Egy 6 µF és 10 µF kapacitású kondenzátort 12 V feszültséggel feltöltünk, majd az ellentétes töltésű elektródákat összekötjük.

a) Mennyi az eredő kondenzátor töltése? 48 µC

b) Mennyi az eredő kondenzátor kapacitása? 16 µF

43. Mennyi a kapacitása egy 9 cm sugarú, magában álló fémgömbnek? 10 pF

44. * Egy síkkondenzátor lemezei között levegő van. A lemezek területe 10 cm^2, a lemezek közötti távolság 1,5 mm. A kondenzátort 12 V feszültségre kapcsoljuk. (A vákuum permittivitása $8{,}85\cdot10^{-12}$ As/Vm)

a) Menyi a lemezek közötti elektromos térerősség nagysága? 8000 V/m

b) Mennyi a lemezeken a felületi töltéssűrűség értéke? 70,8 nC/m^2

c) Mennyi a lemezek töltése? 70,8 pC

d) Mennyi a kondenzátor kapacitása? 5,9 pF

e) Mennyi a kondenzátorban az elektrosztatikus mező energiasűrűsége? $2{,}83\cdot10^{-4}$ J/m^3

45. * Mennyi a síkkondenzátor lemezei közötti távolság, ha 100 V feszültség hatására a felületi töltéssűrűség 200 nC/m^2? 4,43 mm

46. Síkkondenzátort akkumulátor sarkaihoz érintünk, majd elválasztjuk attól és a lemezek távolságát kétszeresre növeljük.

a) Hogyan változik a kondenzátor feszültsége? kétszeresére nő

b) Hogyan változik a kondenzátor töltése? nem változik

c) Hogyan változik a kondenzátor kapacitása? felére csökken

d) Hogyan változik a lemezek közötti térerősség? nem változik

e) Hogyan változik a kondenzátorban tárolt energia? kétszeresére nő

47. Egy síkkondenzátort akkumulátor sarkaihoz kapcsolunk, majd a lemezek távolságát kétszeresére növeljük.
    a) Hogyan változik a kondenzátor feszültsége? nem változik
    b) Hogyan változik a kondenzátor töltése? felére csökken
    c) Hogyan változik a kondenzátor kapacitása? felére csökken
    d) Hogyan változik a lemezek közötti térerősség? felére csökken
    e) Hogyan változik a kondenzátorban tárolt energia? felére csökken

48. Síkkondenzátort kapunk, ha a 0,1 mm vastagságú 1 cm^2 felületű titániumdioxid (ε_r = 173) lapka két párhuzamos oldalára alumíniumot párologtatunk. (A vákuum permittivitása $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm) Mennyi a kondenzátor kapacitása? 6,12 nF

49. * 100 nF kapacitású, levegővel töltött síkkondenzátort 12 V-os akkumulátor pólusaira kötünk, majd a lemezek közé a lemezek közötti teret teljesen kitöltő, ε_r = 3,5 relatív permittivitású szigetelőt helyezünk.

a) Hogyan változik a kondenzátor kapacitása? 3,5-szeresre, 350 nF-ra nő
b) Hogyan változik a kondenzátor töltése? 3,5-szeresre nő
c) Hogyan változik a lemezek közötti térerősség? nem változik
d) Hogyan változik a kondenzátorban tárolt energia? 3,5-szeresre nő

50. * 100 nF kapacitású, levegővel töltött síkkondenzátort 12 V feszültségű akkumulátorral feltöltünk, majd leválasztunk az akkumulátorról. Az elektródák közé a teret teljesen kitöltő, ε_r = 3,4 relatív permittivitású PVC hasábot helyezünk.

a) Hogyan változik a kondenzátor kapacitása? 3,4-szeresre nő
b) Hogyan változik a kondenzátor feszültsége? (1/3,4)-szeresre csökken
c) Hogyan változik a kondenzátor töltése? nem változik
d) Hogyan változik a lemezek közötti térerősség? (1/3,4)-szeresre csökken
e) Hogyan változik a kondenzátorban tárolt energia? (1/3,4)-szeresre csökken

51. * Mennyi munkavégzés árán lehet egy 200 nF kapacitású, 12 V feszültségre feltöltött síkkondenzátorból kihúzni a lemezek közötti teret teljesen kitöltő, 5,6 relatív permittivitású üveglapot? 66,2 μJ

52. * Egy síkkondenzátor elektródáinak területe 9 cm^2, az elektródák közötti távolság 0,5 mm. Az elektródák közötti tér egyharmadát ε_r = 4 relatív permittivású szigetelőhasáb tölti ki. A kondenzátorban a levegő szigetelő határfelület párhuzamos az elektromos térerősséggel, a vákuum permittivitása $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm. Mennyi a kondenzátor kapacitása?
    31,86 pF

53. * Egy síkkondenzátor elektródáinak területe 100 cm^2, az elektródák közötti távolság 1,5 mm. Az elektródák közötti teret teljesen kitölti két, az elektródákkal párhuzamos, azokkal megegyező alapterületű téglatest alakú szigetelő, melyek közül az egyik relatív permittivitása ε_{r1} = 2, vastagsága d_1 = 1 mm, a másiké ε_{r2} = 4, vastagsága d_2 = 0,5 mm. A két szigetelő határfelülete párhuzamos a kondenzátor lemezekkel, a vákuum permittivitása $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm. Mennyi a kondenzátor kapacitása? 141,6 pF

12. Elektromos áram, egyenáramú áramkörök

1. Egy 2,5 mm^2 keresztmetszetű vezeték egy adott pontján 0,3 s alatt 1,5 C töltés halad át. (Az elektron töltse $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)
   a) Mennyi a vezetékben folyó elektromos áram? 5 A
   b) Mennyi az áramsűrűség értéke? 2 A / mm^2
   c) Hány elektron haladt át ezen idő alatt a vezeték tetszőleges keresztmetszetén? $9.375 \cdot 10^{18}$
2. Mennyi töltés halad át a vezeték keresztmetszetén, ha az áramerősség 40 s alatt 0 A értékről egyenletesen 2 A-re növekszik, ezt követően 60 s ideig változatlan marad, majd 20 s alatt egyenletesen nullára csökken? 180 C
3. A króm-nikkel huzal fajlagos ellenállása $1 \cdot 10^{-6}$ Ωm. Mennyi az ellenállása 20 m hosszúságú, 1 mm^2 keresztmetszetű króm-nikkel huzalnak? 200 Ω
4. 12 V feszültségű akkumulátorra egy30 Ω ellenállású fogyasztót kapcsolunk.
   a) Mennyi a fogyasztón átfolyó áram? 0,4 A
   b) Mennyi a fogyasztó teljesítménye? 4,8 W
5. 10 W teljesítményű gépjárműizzót 12 V feszültségű akkumulátorra kapcsolunk.
   a) Mennyi áram folyik át az izzón? 0,83 A
   b) Mennyi az izzó ellenállása? 14,4 Ω
6. Egy 240 kΩ-os és egy 680 kΩ-os ellenállást sorosan kapcsolunk egy 5 V feszültségű áramforrásra.
   a) Mennyi az eredő ellenállás? 920 kΩ
   b) Mennyi az ellenállásokon átfolyó áram? 5,43 μA
   c) Mennyi a 240 kΩ-os ellenálláson eső feszültség? 1,3 V
7. Egy 360 Ω-os és egy 470 Ω-os ellenállást párhuzamosa kapcsolunk és 5 V feszültségű áramforrásra kötünk.
   a) Mennyi az eredő ellenállás? 203,9 Ω
   b) Mennyi áramot vesz fel az áramkör? 24,5 mA
   c) Mennyi áram folyik át a 360 Ω-os ellenálláson? 13,8 mA
8. Egy telep elektromotoros ereje (terhelés nélkül mérhető kapocsfeszültsége) 12 V, belső ellenállása 0,1 Ω, a fogyasztó ellenállása 1Ω.
   a) Mennyi a fogyasztón átfolyó áram? 10,91 A
   b) Mennyi a feszültségforrás kapocsfeszültsége? 10,91 V
9. Egy vezeték ellenállása 20°C hőmérsékleten 41 Ω. Mennyi az ellenállás hőmérsékleti együtthatója, ha 29°C hőmérsékleten az ellenállás értéke 41,4 Ω.
   $1{,}084 \cdot 10^{-3}$ 1/K
10. 30 Ω-os és 10 Ω-os ellenállást párhuzamosan kapcsolunk, majd ezekkel sorosan kapcsolunk egy 8 Ω-os ellenállást. Az áramkört 12 V elektromotoros erejű, 0,3 Ω belső ellenállású telepre kapcsoljuk.
    a) Mennyi a három ellenállásból álló áramkör eredő ellenállása? 15,5 Ω
    b) Mennyi a 8 Ω-os ellenálláson folyó áram? 0,76 A
    c) Mennyi a belső ellenálláson eső feszültség? 0,228 V
    d) Mennyi a telep kapocsfeszültsége? 11,77 V

e) Mennyi a 10 Ω-os ellenálláson eső feszültség? 5,7 V

f) Mennyi a 30 Ω-os ellenálláson disszipált teljesítmény? 1,08 W

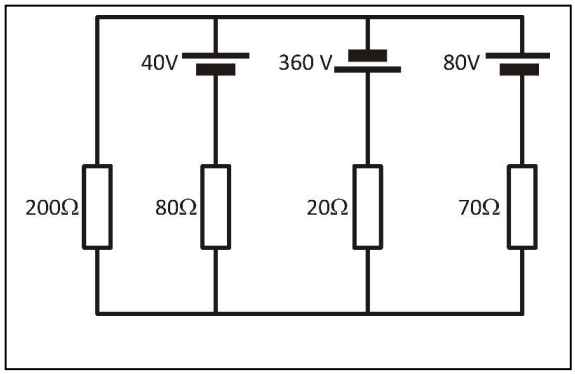
11. * A 12.1 ábrán telepeket és ellenállásokat tartalmazó áramkör látható.

a) Mennyi a 200 Ω-os ellenálláson folyó áram? 1 A felfelé

b) Mennyi a 80 Ω-os ellenálláson eső feszültség? 320 V

c) Mennyi a 20 Ω-os ellenálláson folyó áram? 3 A

d) Mennyi a 70 Ω-os ellenálláson disszipált teljesítmény? 4,48 kW



12.1 ábra

12. Egy galvanométer belső ellenállása 60 Ω, végkitérése 1,5 mA áramhoz tartozik. Mekkora sönt ellenállást kell a galvanométerrel párhuzamosan kapcsolni ahhoz, hogy 100 mA áramot mérhessünk vele? 0,914 Ω

13. Egy galvanométer belső ellenállása 60 Ω, végkitérése 1,5 mA áramhoz tartozik. Mekkora soros előtét ellenállásra van ahhoz szükség, hogy 30 V feszültség mérésére használhassuk?

19 940 Ω

13. Elektromágnesség I.

1. A +*x* tengely irányában $6\cdot10^6$ m/s sebességgel haladó proton olyan térrészbe érkezik, ahol a mágneses indukció vektorának nagysága 2,5 T, iránya a *xy* síkban 30°-os szöget zár be az x tengellyel. Ebben a pillanatban
   a) mennyi a protonra ható mágneses erő (Lorentz erő)? $1{,}2\cdot10^{-12}$ N
   b) milyen irányú a protonra ható erő? +z tengely irányú
2. A +*x* tengely irányában $6\cdot10^6$ m/s sebességgel haladó elektron olyan térrészbe érkezik, ahol a mágneses indukció vektorának nagysága 2 T, iránya a *xy* síkban 30°-os szöget zár be az x tengellyel. Ebben a pillanatban
   a) mennyi az elektronra ható mágneses erő? $1{,}28\cdot10^{-12}$ N
   b) milyen irányú az elektronra ható erő? -z tengely irányú
3. A 0,8 T nagyságú mágneses indukció vektorral 30°-os szöget bezáró egyenes vezetőben 5 A erősségű áram folyik. Mennyi a vezető 2 m hosszúságú szakaszára ható erő? 4 N
4. Az xy síkban lévő, 0,1 m sugarú kör alakú vezetőben (a +z tengely felől nézve) az óramutató járásával ellentétes irányban 2 A áram folyik.
   a) Mennyi az árammal átjárt körvezető mágneses dipólusnyomatékának nagysága? $6{,}28\cdot10^{-2}$ Am^2
   b) Milyen irányú a mágneses dipólusnyomaték? + *z* tengely irányú
5. * Az xy síkban lévő, 0,1 m sugarú kör alakú vezető homogén mágneses mezőben helyezkedik el. A körvezetőben (a +z tengely felől nézve) az óramutató járásával ellentétes irányban 2 A áram folyik, a 0,4 T nagyságú mágneses indukció vektor iránya a zy síkban 30°-os szöget zár be a +z tengellyel.
   a) Mennyi a körvezetőre ható forgatónyomaték nagysága? $1{,}256\cdot10^{-2}$ Nm
   b) Milyen irányú a forgatónyomaték vektor? -x tengely irányú
6. * 50 menetes 10 cm x 20 cm méretű lapos tekercs az xy síkban van, a tekercsben 0,5 A áram folyik. A mágneses mező homogén, a 0,8 T nagyságú mágneses indukció vektor iránya a xz síkban 30°-os szöget zár be a +z tengellyel.
   a) Mennyi az árammal átjárt tekercs mágneses dipólusnyomatékának nagysága?
   b) Milyen irányú a mágneses dipólusnyomaték? + *z* tengely irányú
   c) Mennyi a tekercsre ható forgatónyomaték nagysága? 0,2 Nm
   d) Milyen irányú a forgatónyomaték vektor? +y tengely irányú
7. 0, 7 T nagyságú, homogén mágneses mezőben egy proton a mágneses indukció vektorra merőleges síkban 10 cm sugarú körpályán mozog.
   a) Mennyi a proton sebességének nagysága? $6{,}7\cdot10^6$ m/s
   b) Mennyi a körfrekvencia (ciklotron körfrekvencia)? $6{,}7\cdot10^7$ rad/s
   c) Mennyi a periódusidő? $9{,}36\cdot10^{-8}$ s
8. * A ciklotront használják szerves anyagok radioaktív kormeghatározásra is. Mennyi a szén 12-es és 14-es tömegszámú izotópjai ciklotron frekvenciájának a különbsége, ha a ciklotronban a mágneses indukció vektorának értéke 2 T? (Az atomi tömegegység $1{,}66\cdot10^{-27}$k kg)
   365 kHz
9. * 0,2 T nagyságú homogén mágneses mezőbe $8\cdot10^6$ m/s sebességű pozitron érkezik. A pozitron sebességvektora 80°-os szöget zár be a mágneses indukció vektorával. A pozitron a

mágneses indukcióvonalak körül hélix pályán mozog. (A pozitron az elektron antirészecskéje, töltése az elemi töltés, tömege megegyezik az elektron tömegével.)

a) Mennyi a pálya sugara? $2{,}24\cdot10^{-4}$ m
b) Mennyi a körfrekvencia? $3{,}51\cdot10^{10}$ rad/s
c) Mennyi a periódusidő? $1{,}79\cdot10^{-10}$ s
d) Mennyi a hélix menetemelkedése? $2{,}49\cdot10^{-4}$ m

10. Egyenes vezetőben 4 A áram folyik. Mennyi a mágneses indukció vektorának nagysága a vezetőtől 10 cm távolságban? (A vákuum permeabilitása $4\pi\cdot10^{-7}$ Vs/Am)
$8\cdot10^{-6}$ T

11. * 2 mm sugarú, hosszú hengeres vezetőben 30 A áram folyik, a vezetőben az áramsűrűség homogén.

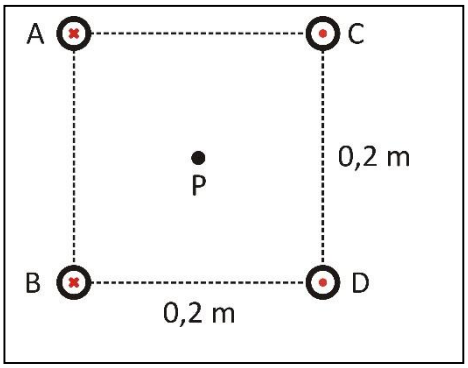
a) Mennyi a mágneses indukció vektorának nagysága a vezető tengelyétől 1 mm távolságra? 1,5 mT
b) Mennyi a mágneses indukció vektorának nagysága a vezető tengelyétől 3 mm távolságra? 2 mT

12. Két párhuzamos, egymástól 1 m távolságra lévő egyenes vezetőben folyó áram áramerőssége megegyezik. A vezetők 1 m hosszúságú szakaszára $2\cdot10^{-7}$ N erő hat. Mennyi az áramerősség?
1 A

13. * Hosszú, egyenes vezetőben 10 A áram folyik. Az egyenes vezetővel egy síkban egy téglalap alakú vezetőkeret van. A vezetőkeret egyenes vezetővel párhuzamos szakaszainak hossza 1 m, az egyenes vezetőre merőleges szakaszainak hossza 0,5 m, a vezetőkeretnek az egyenes vezetőhöz közelebbi oldala attól 0,2 m távolságra van. A vezetőkeretben 5 A áram folyik, az egyenes vezetőhöz közelebbi szakaszán az áram iránya megegyezik az egyenes vezetőben folyó áram irányával.

a) Milyen irányú a vezetőkeretre ható eredőerő? az egyenes vezetőre merőleges vonzó erő
b) Mennyi a vezetőkeretre ható eredőerő nagysága? $6\cdot10^{-5}$ N

14. * A sebességszelektorban a részecskenyalábra merőleges, keresztirányú elektromos és mágneses tér van. Ha a mágneses indukció vektorának nagysága 30 mT, mekkora elektromos térerősség esetén halad át a sebességszelektoron eltérülés nélkül egy 850 eV energiájú elektron?
518,4 kV/m



13.1 ábra

15. * Egy 0,2 m oldalú négyzet sarkain, a négyzet síkjára merőleges négy, hosszú, párhuzamos egyenes vezetőben azonos, 10 A erősségű folyik. Az *A* és *B* betűkkel jelölt vezetékekben az áram befelé, a *C* és *D* betűkkel jelöltekben kifelé folyik (13.1 ábra).

a) Mennyi a négyzet közepén lévő *P* pontban a mágneses indukció vektor nagysága?
40 μT

b) Milyen irányú a négyzet közepén lévő *P* pontban a mágneses indukció vektor?
a négyzet BD oldalára merőlegesen lefelé

16. Milyen erősségű áram szükséges ahhoz, hogy a 2000 menetes, 0,5 m hosszúságú szolenoid belsejében a mágneses indukcióvektor nagysága 150 μT legyen? 30 mA

17. 1500 menetes toroid tekercs sugara 5 cm, a tekercsben 5 A erősségű áram folyik. Mennyi a toroidban a mágneses indukció vektorának nagysága? 0,03 T

18. * 2 cm sugarú körvezetőben az óramutató járásával ellentétes irányban 5 A erősségű áram folyik.

a) Milyen a mágneses indukció vektor iránya a kör középpontjában?
a körvezető síkjából kifelé mutat

b) Mennyi a mágneses térerősség vektor nagysága a kör középpontjában?
125 A/m

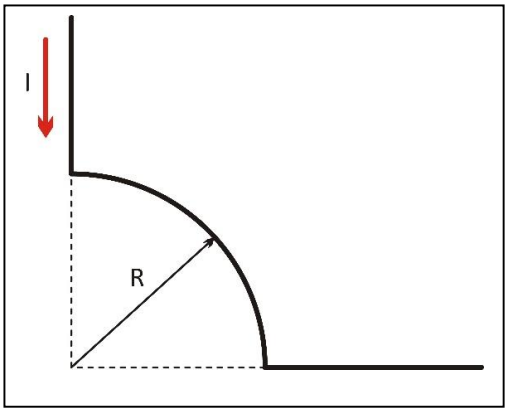
c) Mennyi a mágneses indukció vektor nagysága a kör középpontjában?
157 μT

19. * A 13.2 ábrán látható vezetőszakaszban 4 A erősségű áram folyik, a körív sugara 2 cm.

a) Milyen irányú a mágneses térerősség vektor a két egyenes szakasz metszéspontjában?
az oldal síkjára merőleges, befelé mutat

b) Mennyi a mágneses térerősség vektor nagysága a két egyenes szakasz metszéspontjában? 25 A/m

c) Mennyi a mágneses indukció vektor nagysága a két egyenes szakasz metszéspontjában?
31,4 μT



13.2 ábra

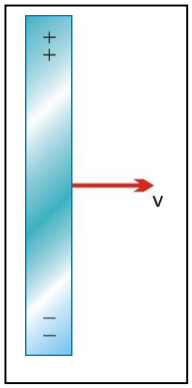
14. Elektromágnesség II.

1. Egy 4 cm oldalú, négyzet alakú vezetőkeret síkja merőleges a B =0,6 T nagyságú, homogén mágneses mező indukcióvonalaira. Mennyi a mágneses mező fluxusa? $9{,}6\cdot10^{-4}$ Vs
2. Homogén mágneses mezőben a 0,5 T nagyságú mágneses indukció vektor iránya párhuzamos az *yz* síkban a *z* tengellyel 60°-os szöget bezáró iránnyal. Mennyi a mágneses indukció vektor fluxusa az *xy* síkban lévő, 0,2 m^2 területre? 0,05 Wb
3. A B = 1,5 T nagyságú, homogén mágneses mezőben a mágneses indukció vektor a +*y* tengely irányába mutat. Mennyi a mágneses indukció vektor fluxusa az origó központú 3 cm sugarú gömbre? 0
4. Homogén mágneses mezőben 1 cm élhosszúságú kocka helyezkedik el. A kocka csúcsainak koordinátái: (0, 0, 0), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1). A mágneses indukció vektor komponensei: B_x = 1 T, E_y = 0,2 T, B_z = 0,4 T.
   a) Mennyi a mágneses indukció vektor fluxusa a kocka xy síkban lévő lapjára? -40 µWb
   b) Mennyi a mágneses indukció vektor fluxusa a kocka xy síkkal párhuzamos lapjára? 40 µWb
   c) Mennyi a mágneses indukció vektor fluxusa a kocka xz síkban lévő lapjára? -20 µWb
   d) Mennyi a mágneses indukció vektor fluxusa a kocka xz síkkal párhuzamos lapjára? 20 µWb
   e) Mennyi a mágneses indukció vektor fluxusa a kocka yz síkban lévő lapjára? -150 µWb
   f) Mennyi a mágneses indukció vektor fluxusa a kocka yz síkkal párhuzamos lapjára? 150 µWb
   g) Mennyi a mágneses indukció vektor fluxusa a kockára? 0
5. 1000 menetes, 0,5 m hosszúságú szolenoidban 1 A erősségű áram folyik, belsejét teljesen kitölti egy μ_r= 800 relatív permeabilitású lágyvas rúd.
   a) Mennyi a mágneses térerősség vektor nagysága a szolenoid belsejében? 2 000 A/m
   b) Mennyi a mágneses indukció vektor nagysága a szolenoid belsejében? 2 T
6. 2000 menetes, 0,25 m hosszúságú szolenoid belsejében 4 cm^2 keresztmetszetű vezetőkeret van. A vezetőkeret síkja merőleges a szolenoid tengelyére, a szolenoidban 2 A erősségű áram folyik.
   a) Mennyi a mágneses térerősség vektor nagysága a szolenoid belsejében? 16 000 A/m
   b) Mennyi a mágneses indukció vektor nagysága a szolenoid belsejében? 0,02 T
   c) Mennyi a mágneses indukció vektor vezetőkeretre számított fluxusa? 20 Wb
7. 1000 menetes, 0,25 m hosszúságú szolenoid belsejében 5 cm^2 keresztmetszetű, 100 menetes lapos tekercs van. A tekercs síkja 60°-os szöget zár be a szolenoid tengelyével, a szolenoidban 10 A erősségű áram folyik.
   a) Mennyi a mágneses indukció vektor nagysága a szolenoid belsejében? 0.05 T

b) Mennyi a mágneses indukció vektor lapos tekercsre számított fluxusa?
1,13 mWb

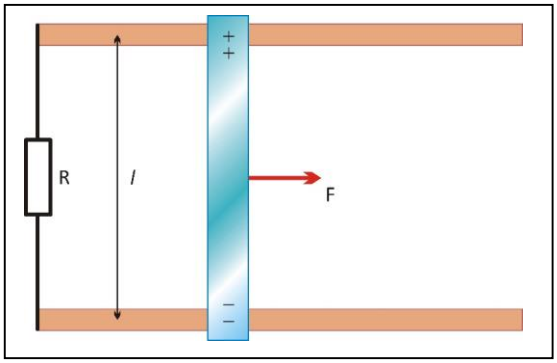
8. 400 menetes, 20 cm^2 keresztmetszetű lapos tekercs homogén mágneses mezőben van, a tekercs síkja merőleges a mágneses indukció vektorra. Mennyi a tekercsben indukált elektromotoros erő nagysága, ha a mágneses indukció vektor nulla értékről 0,5 s alatt egyenletesen 0,7 T értékre növekszik? 1,12 V
9. 0,4 T nagyságú homogén mágneses térbe helyezett 200 menetes, 5 cm sugarú kör alakú tekercs síkja merőleges a mágneses indukció vektorra. Mennyi a tekercsben az átlagos indukált feszültség nagysága, ha a tekercset 0,1 s alatt 180-kal átfordítjuk?
12,56 V
10. Vékony vezetékből készült, 40 menetes, 20 cm^2 keresztmetszetű lapos tekercs 0,8 T értékű homogén mágneses mezőben van. A tekercs síkja merőleges a mágneses indukció vektorra. Mennyi a tekercs végei között mérhető indukált feszültség, ha a tekercset 0,2 s alatt összenyomva, keresztmetszetét a felére csökkentjük. 160 mV
11. 400 menetes, 0,25 m hosszú, 2 cm sugarú egyenes tekercsben (szolenoidban) 2 A erősségű áram folyik. Az áramkört megszakítva, az áram 0,01 s alatt nullára csökken.
    a) Mennyi a tekercs indukciófluxusa? 0,002 Vs
    b) Mekkora feszültség indukálódik a tekercsben, ha az áram csökkenését egyenletesnek tekintjük? 0,2 V
12. Erős elektromágnes 0,1 m^2 keresztmetszetű térrészben 1, 2 T nagyságú homogén mágneses mezőt hoz létre. Az elektromágnes körül egy 300 menetes, 30 Ω ellenállású tekercset helyezünk el. Mekkora áram indukálódik a zárt tekercsben, ha az elektromágnes áramát 20 ms alatt egyenletesen nullára csökkentjük? 20 A
13. 2000 menetes, 5 cm sugarú, szolenoid belsejében a mágneses indukció vektorának nagysága 0,1 T. Mennyi idő alatt kell a mágneses teret nullára csökkenteni, ha ezen idő alatt az átlagos indukált feszültségnek 5 kV-nak kell lennie? 0,314 ms
14. * 20 menetes, 12 cm sugarú tekercs vesz körbe egy hosszú, 4 cm sugarú, méterenként 1000 menetes szolenoidot. A szolenoiidban folyó áram időfüggvénye $I(t) = 2\sin(100\pi t)$ A. Adja meg a tekercsben indukált feszültséget az idő függvényében!
$U(t) = 79{,}3\cos(100\pi t)$ mV

15. Homogén mágneses mezőben, az indukcióvonalakra merőleges *v* sebességgel mozgó vezetőben bekövetkező töltésszétválasztás eredménye látható a 14.1 ábrán. Milyen irányú a mágneses indukció vektor?
a papír síkjára merőlegesen befelé mutat



14.1 ábra

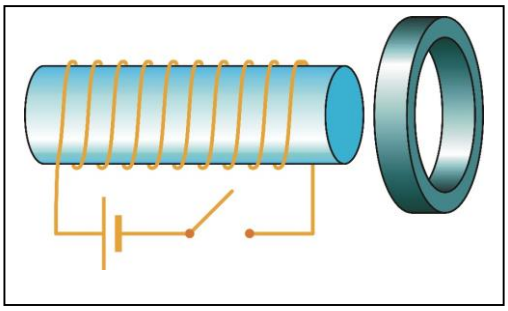
16. *B* = 1,2 T nagyságú, homogén mágneses mezőben az *l* = 0,5 m hosszúságú, egyenes vezető a vezetőre merőleges *v* = 1,5 m/s sebességgel mozog. A sebesség iránya 30°-os szöget zár be a mágneses indukció vektorával.
    a) Mennyi a vezetőben indukált elektromos térerősség nagysága? 0,9 V/m
    b) Mennyi a vezető két vége között a feszültség nagysága? 0,45 V
17. * A *B* = 1,6 T nagyságú, homogén mágneses mezőben az indukcióvonalakra merőleges síkban az *l* = 0,2 m hosszúságú egyenes vezető harmonikus rezgőmozgást végez a vezetőre merőleges irányban. A vezető kitérését az idő függvényében az $x(t) = 0{,}01\sin(200\pi t)$ m függvény adja meg.
    a) Mennyi a vezetőben indukált feszültség legnagyobb értéke? 2 V
    b) Adja meg az indukált feszültséget az idő függvényében! $U(t) = 2\cos(200\pi t)$ V
18. * A 14.2 ábrán látható elrendezésben a vízszintes vezető síneken súrlódásmentesen csúszhat az *l* = 0,4 m hosszúságú, egyenes vezető. A homogén, merőleges mágneses mezőben a *B* = 0,6 T értékű mágneses indukció vektor lefelé (az ábrán befelé) mutat. A síneket összekötő ellenállás értéke 2 Ω. az *l* hosszúságú vezetőt állandó, 1,5 m/s sebességgel jobbra mozgatjuk.
    a) Mi a vezetőben indukált elektromos térerősség iránya? az ábrán felfelé mutat
    b) Mennyi az *l* hosszúságú vezetőben indukált elektromos térerősség? 0,9 V/m
    c) Mennyi az *l* hosszúságú vezetőben indukált feszültség? 0,36 V
    d) Mennyi az ellenálláson átfolyó áram étéke? 0,18 A
    e) Mennyi az ellenálláson disszipált teljesítmény? 64,8 mW



14.2 ábra

19. * A 14.2 ábrán látható elrendezésben a vízszintes vezető síneken súrlódásmentesen csúszhat az *l* = 0,4 m hosszúságú egyenes vezető. A homogén, merőleges mágneses mezőben a *B* = 1,4 T értékű mágneses indukció vektor felfelé (az ábrán kifelé) mutat. A síneket összekötő ellenállás értéke 4 Ω. az *l* hosszúságú vezetőt állandó, 3 m/s sebességgel jobbra mozgatjuk.
    a) Mekkora állandó erőt kell kifejteni a vezető 3 m/s sebességgel történő mozgatásához?
    b) Milyen teljesítmény szükséges a vezető 3 m/s sebességgel történő mozgatásához?
    c) Milyen irányú az áramkörben folyó áram? az óramutató járásával megegyező irányú
20. Erős mágnesrúd északi pólusával közelítünk egy vékony fonállal felfüggesztett alumínium gyűrűhöz.
    a) Milyen irányban mozdul el az alumínium gyűrű?
    eltávolodik a mágnestől
    b) A mágnes felől nézve milyen a gyűrűben indukált áram iránya?
    az óramutató járásával ellentétes irányú
21. Erős mágnesrúd északi pólusával távolodunk egy vékony fonállal felfüggesztett alumínium gyűrűtől.
    a) Milyen irányban mozdul el az alumínium gyűrű?
    a mágnes felé mozdul el
    b) A mágnes felől nézve milyen a gyűrűben indukált áram iránya?
    az óramutató járásával megegyező irányú
22. Erős mágnesrúd déli pólusával közelítünk egy vékony fonállal felfüggesztett alumínium gyűrűhöz.
    a) Milyen irányban mozdul el az alumínium gyűrű? eltávolodik a mágnestől
    b) A mágnes felől nézve milyen a gyűrűben indukált áram iránya?
    az óramutató járásával megegyező irányú
23. Erős mágnesrúd déli pólusával távolodunk egy vékony fonállal felfüggesztett alumínium gyűrűtől.
    a) Milyen irányban mozdul el az alumínium gyűrű?
    a mágnes felé mozdul el
    b) A mágnes felől nézve milyen a gyűrűben indukált áram iránya?
    az óramutató járásával ellentétes irányú

24. Milyen irányú áram indukálódik a 14.3 ábrán látható fémgyűrűben, amikor zárjuk a kapcsolót?
    a tekercs felől nézve az óramutató járásával megegyező irányban



14.3 ábra

25. Milyen irányú áram indukálódik a 14.3 ábrán látható, fémgyűrűben, amikor nyitjuk a kapcsolót?
    a tekercs felől nézve az óramutató járásával ellentétes irányban
26. Mennyi a 400 menetes, 0,25 m hosszú, 4 cm sugarú szolenoid önindukciós együtthatója?
    4 mH
27. Egy tekercs önindukciós együtthatója 4 mH, a tekercsben folyó áram 0,2 s alatt egyenletesen 0,4 A-ről 1,2 A-re változik. Mennyi a tekercsben indukált feszültség? 16 mV
28. 1 cm sugarú, 20 cm hosszúságú fából készült hengerre egyenletesen 200 menetet tekercselünk.
    a) Mennyi a szolenoid induktivitása? 78,9 µH
    b) Mennyi lesz az induktivitás, ha a szolenoid fa magját azonos méretű μ_r = 800 relatív permeabilitású lágyvasra cseréljük. 63 mH
29. * 1000 menetes, 0,25 m hosszúságú szolenoid belsejében 5 cm^2 keresztmetszetű 100 menetes lapos tekercs van. A tekercs síkja merőleges a szolenoid tengelyére. Mennyi a kölcsönös indukciós együttható értéke? 251 µH
30. * 1000 menetes, 0,25 m hosszúságú szolenoid belsejében 5 cm^2 keresztmetszetű 100 menetes lapos tekercs van. A tekercs síkja 60°-os szöget zár be a szolenoid tengelyével. Mennyi a kölcsönös indukciós együttható? 125 µH
31. * Két egymáshoz képest rögzített helyzetű tekercs kölcsönös indukciós együtthatója 70 µH. Ha az egyik tekercsben $I(t) = 5\sin(100\pi\, t)$ A erősségű áram folyik, mennyi a másik tekercsben indukált feszültség maximális értéke? 0,11 V
32. Mennyi a mágneses mező energiája egy 0,2 H önindukciós együtthatójú tekercsben, ha a tekercsben folyó áram 2 A? 0,4 J
33. 2 A erősségű áram 200 menetes szolenoid minden menetében $4\cdot10^{-4}$ Wb fluxust hoz létre.
    a) Mennyi a tekercs önindukciós együtthatója? 40 mH
    b) Mennyi a tekercsben a mágneses mező energiája? 80 mJ
34. Egy szupravezető szolenoid belsejében a mágneses mező értéke B = 4 T, a szolenoid hossza 0,25 m, belső sugara 3 cm.

a) Mennyi a szolenoid belsejében a mágneses mező energiasűrűsége?
$6{,}37 \cdot 10^6$ J/m^3
b) Mennyi a szolenoid belsejében a mágneses mező energiája? 4500 J

35. * 12 V-os akkumulátorra sorosan kapcsolunk egy 4 Ω-os ellenállást és egy 10 H induktivitású tekercset. Miután az áramkörben az áram eléri az állandósult értéket
a) mennyi az akkumulátor által leadott teljesítmény? 36 W
b) mennyi az ellenálláson disszipált teljesítmény? 36 W
c) mennyi az induktivitás által felvett teljesítmény? 0 W
d) mennyi az induktivitásban tárolt energia? 45 J

36. Derült napon, egy bizonyos helyen a Föld felszíne közelében az elektromos térerősség 200 V/m, a Föld mágneses mezeje 50 µT.
a) Mennyi az elektromos mező energiasűrűsége? 177 nJ/m^3
b) Mennyi a mágneses mező energiasűrűsége? 995 µJ/ m^3

37. * Egy 20 menetes, 5 cm^2 keresztmetszetű, lapos tekercset állandó szögsebességgel forgatunk B = 1,2 T nagyságú, homogén mágneses mezőben. A forgás periódusideje 0,02 s, a t = 0 s pillanatban a tekercs síkja merőleges a mágneses indukcióvonalakra (a tekercs normális vektora a tér irányába mutat).
a) Adja meg a fluxust az idő függvényében!
$\phi(t) = 12\cos(100\pi t)$ mWb
b) Mennyi az indukált feszültség maximális értéke? 3,77 V
c) Adja meg az indukált feszültséget az idő függvényében!
$U(t) = 3{,}77\, sin(100\pi t)$ V

38. Egy homogén mágneses mező kör keresztmetszetű. A kör sugara 3 cm, a mágneses erővonalak iránya merőleges az oldal síkjára és befelé mutat, a mágneses indukció vektor az idő függvényében: $B(t) = (0{,}3 + 0{,}2t)$ T.
a) Milyen irányú a szimmetriatengelytől r_1 = 2 cm távolságban az indukált elektromos térerősség? a sugárra merőleges, az óramutató járásával ellentétes irányú
b) Mennyi a szimmetriatengelytől r_1 = 2 cm távolságban az indukált elektromos térerősség nagysága? 2 mV/m
c) Mennyi a szimmetriatengelytől r_2 = 4 cm távolságban az indukált elektromos térerősség nagysága? 2,25 mV/m

39. Hosszú, méterenként 800 menetszámú, 3 cm sugarú szolenoidban $I(t) = 2\sin(100\pi t)$ A erősségű áram folyik. Adja meg a szolenoid tengelyétől 2 cm távolságban az indukált térerősség időfüggvényét! $7536\cos(100\pi)$ V/m

15. Váltakozó áram

1. Egy feszültségforrás négyszögimpulzusokat szolgáltat: a feszültség a periódusidő felében +5 V, a másik felében -5 V.
   a) Mennyi a terhelésen egy periódusidő alatt átfolyó eredő töltés? 0
   b) Váltakozó feszültségűnek nevezhetjük-e a feszültségforrást? igen
2. Egy áramforrás négyszögimpulzusokat szolgáltat: a terhelésen az áram a periódusidő harmadában 4 A, a periódusidő kétharmadában -2 A.
   a) Mennyi a terhelésen egy periódusidő alatt átfolyó eredő töltés? 0
   b) Mennyi az áram effektív értéke? $8^{1/2}$ = 2,83 A
3. Tiszta szinuszos váltakozó áramot ad meg az $I(t) = 1{,}5\ \sin(100\pi t + \pi/6)$ A függvény.
   a) Mennyi az áram csúcsértéke? 1,5 A
   b) Mennyi az áram effektív értéke? 1,06 A
   c) Mennyi a frekvencia? 50 Hz
   d) Mennyi a periódusidő? 0,02 s
   e) Mennyi a fázis a t = 0,01 s pillanatban? 7π/6 rad
   f) Mennyi az áram pillanatnyi értéke a t = 0,01 s pillanatban? -0,75 A
   g) Mennyi az ellenálláson egy periódusidő alatt átfolyó eredő töltés? 0
4. Mennyi a 230 V-os hálózat feszültségének csúcsértéke? 325,3 V
5. 4 Ω ohmos ellenálláson $I(t) = 0{,}5\ \sin(100\pi t)$ A szinuszos váltakozó áram folyik.
   a) Mennyi az ellenálláson eső feszültség és az áram közötti fáziskülönbség? 0
   b) Adja meg az ellenálláson eső feszültséget az idő függvényében!
   $U(t) = 2\ \sin(100\pi t)$ V
6. 20 Ω induktív ellenálláson $I(t) = 0{,}2\ \sin(100\pi t)$ A szinuszos váltakozó áram folyik.
   a) Mennyi a feszültség és az áram közötti fáziskülönbség? π/2
   b) Adja meg az induktivitáson eső feszültséget az idő függvényében!
   $U(t) = 4\ \sin(100\pi t + \pi/2)$ V
7. 15 Ω kapacitív ellenálláson $I(t) = 0{,}3\ \sin(100\pi t)$ A szinuszos váltakozó áram folyik.
   a) Mennyi a feszültség és az áram közötti fáziskülönbség? - π/2
   b) Adja meg a kapacitáson eső feszültséget az idő függvényében
   $U(t) = 4{,}5\ \sin(100\pi t - \pi/2)$ V
8. 100 mH induktivitású, elhanyagolható ohmos ellenállású tekercset 230 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú hálózati feszültségre kapcsolunk.
   a) Mennyi a tekercs induktív ellenállása (reaktanciája)? X_L = 31,4 Ω
   b) Mennyi a tekercsben folyó áram effektív értéke? 7,32 A
   c) Mennyi az egy periódusra számított átlagteljesítmény? 0
9. 20 µF kapacitású kondenzátort 230 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú hálózati feszültségre kapcsolunk.
   a) Mennyi a kondenzátor kapacitív ellenállása (reaktanciája)? X_C = 159,2 Ω
   b) Mennyi a kondenzátorban folyó áram effektív értéke? 1,44 A
   c) Mennyi az egy periódusra számított átlagteljesítmény? 0
10. * 230 V feszültségű hálózatra sorosan kapcsolunk egy 75 Ω-os ellenállást és egy 16 µF kapacitású kondenzátort.
   a) Mennyi az áramkör impedanciája? 212,7 Ω

b) Mennyi az áramerősség? 1,08 A
c) Mennyi az ellenálláson eső feszültség? 81,1 V
d) Mennyi a kondenzátoron eső feszültség? 215,2 V

11. * Sorosan kapcsolt 40 mH induktivitásból és 20 Ω ohmos ellenállásból álló áramkört a 230 V effektív feszültségű 50 Hz frekvenciájú hálózatra kapcsoljuk.
a) Mennyi az áramkör impedanciája? 23,62 Ω
b) Mennyi az áramerősség effektív értéke? 9,74 A
c) Mennyi az ellenálláson eső feszültség effektív értéke? 194,78 V
d) Mennyi az induktivitáson eső feszültség effektív értéke? 122,33 V
e) Mennyi a feszültség és az áram közötti fáziskülönbség? 32,1°
f) Mennyi a teljesítménytényező? 0,847
g) Mennyi a hatásos teljesítmény? 7 W
h) Mekkora kapacitású kondenzátort kell az áramkörrel sorosan kapcsolni, hogy a teljesítménytényező értéke 1 legyen? 253,6 µF

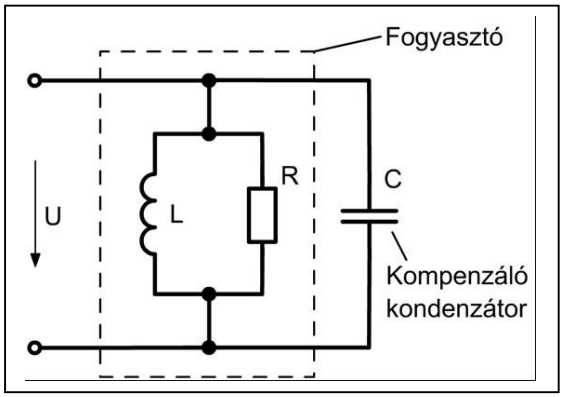
12. * Egy tekercs végeit 12 V-os akkumulátorra kapcsolva 60 mA áramot mérünk. Ha a tekercset 230 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú hálózatra kapcsoljuk, az áramerősség értéke 0,36 A.
a) Hány ohm a tekercs ellenállása? 300 Ω
b) Mennyi a tekercs impedanciája? 638,9 Ω
d) Mennyi a tekercs induktivitása? 1,8 H
e) Mennyi a teljesítménytényező? 0,47

13. * Egy hálózati feszültségről üzemeltetett villanyborotva tekercsének induktivitása 0,4 H, ohmos ellenállása 200 Ω.
a) Mennyi a tekercs impedanciája? 236,2 Ω
b) Mennyi az áram effektív értéke? 0,97 A
c) Mennyi a hatásos teljesítmény? 190 W
d) Mennyi a teljesítménytényező? 0,85

14. * 230 V, 50 Hz frekvenciájú hálózati feszültségre kapcsolt soros *RLC* körben az áramköri elemek értéke R = 100 Ω, L = 600 mH, C =25 µF.
a) Mennyi az *RLC* kör impedanciája? 117,14 Ω
b) Mennyi az áram effektív értéke? 1,96 A
c) Mekkora feszültség esik az ellenálláson? 196 V
d) Mekkora feszültség esik az induktivitáson? 369,3 V
e) Mekkora feszültség esik a kapacitáson? 249,7 V
f) Mennyi a feszültség és áram közötti fáziskülönbség? 31,38°
g) Mennyi a hatásos teljesítmény? 384,16 W
h) Mennyi a soros kör rezonancia frekvenciája? 41,1 Hz

15. * 100 Ω ohmos ellenállást és 200 mH értékű induktivitást párhuzamosan kapcsolunk 230 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú hálózatra.
a) Mennyi az ellenálláson folyó áram effektív értéke? 2,3 A
b) Mennyi az induktivitáson átfolyó (meddő) áram effektív értéke? 3,36 A
c) Mennyivel késik az induktivitáson folyó áram a feszültséghez képest? 90°
d) Mennyivel késik az eredő áram a feszültséghez képest? 57,85°

16. * A villamos motorok tekercse jelentős induktivitással rendelkezik. A reaktancia következtében a felvett áram nagyobb a hatásos teljesítményhez tartozó áram értékénél és ez a villamos energiát szállító vezetéken többlet hőveszteséget okoz. A hálózati veszteség csökkentése érdekében csökkenteni kell a feszültség és az áram közötti fáziskülönbséget, azaz növelni kell a $\cos\varphi$ teljesítménytényezőt. Ez fázisjavító kondenzátor segítségével történik (15.1 ábra).
Egy villanymotor a 230 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú hálózatból 2,5 A áramot vesz fel, a $\cos\varphi = 0{,}6$.
   a) Mennyi az ellenálláson folyó áramerősség effektív értéke? 1,5 A
   b) Mennyi az induktivitáson folyó (meddő) áram késése az ellenálláson folyó áramhoz képest? 90°
   c) Mennyi az induktivitáson folyó (meddő) áramerősség értéke? 2 A
   d) Mennyi az induktivitás reaktanciája? 115 Ω
   e) Mennyinek kell lennie a párhuzamosan kapcsolt fázisjavító kondenzátor reaktanciájának, ahhoz, hogy a teljesítménytényező 1 legyen? 115 Ω
   f) Mennyinek kell lennie fázisjavító kondenzátor kapacitásának ahhoz, hogy a teljesítménytényező 1 legyen? 27,7 µF



15.1 ábra

17. Az URH sáv 103,3 MHz frekvencián adó állomásra az *RLC* áramkör kondenzátorának változtatásával hangoljuk a rádiót. Ha az induktivitás értéke 1,4 µH. mennyi ekkor a változtatható kondenzátor kapacitása? 1,7 pF
18. * Párhuzamos *RLC* áramkörben az ellenállás 1 kΩ, az induktivitás 2 mH, a kondenzátor kapacitása 14 nF. Az *RLC* kört 20 kHz frekvenciájú, 5 V effektív feszültségű áramforrásra kapcsoljuk.
   a) Mennyi a rezonancia frekvencia? 30 kHz
   b) Mennyivel siet a kondenzátor árama az ellenálláson folyó áramhoz képest? 90°-kal
   c) Mennyivel késik az induktivitás árama az ellenálláson folyó áramhoz képest? 90°-kal

d) Mennyi az ellenálláson folyó áram erőssége? 5 mA
e) Mennyi az induktivitáson folyó áram erőssége? 20 mA
f) Mennyi a kondenzátoron folyó áram erőssége? 8,79 mA
g) Mennyi az eredő áram erőssége? 12,27 mA
h) Mennyivel késik vagy siet az áram a feszültséghez képest?
65,9°-kal késik az áram

19. Terheletlen, ideális transzformátorban mennyi a feszültség és az áram közötti fáziskülönbség? 90°
20. Egy transzformátor primer tekercse 1000, szekunder tekercse 3000 menetes. Mennyi a szekunder feszültség, ha a primer tekercset a 230 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú hálózatra kapcsoljuk? 690 V
21. Egy 10 W teljesítményű, veszteség nélküli transzformátor primer feszültsége 230 V , a szekunder feszültsége 12 V.
    a) Mennyi a primer oldali áramerősség? 43 mA
    b) Mennyi a szekunder oldali áramerősség? 0,833 mA
22. Egy transzformátor primer tekercse 400, szekunder tekercse 800 menetes. A primer tekercset 230 V feszültségű hálózatra kapcsolva – adott terhelésnél –a primer tekercsben 2 A erősségű áram folyik.
    a) Mennyi a szekunder oldali feszültség? 460 V
    b) Mennyi a szekunder oldali áramerősség? 1A
23. 230 V feszültségű hálózatra kapcsolt transzformátora szekunder oldali feszültsége 23 V, a primer tekercs menetszáma 900.
    a) Hány menetes a szekunder tekercs? 90
    b) Mennyi a szekunder oldali fogyasztó ellenállása, ha a primer oldali áramerősség 0,5 A?
    4,6 Ω

16. Optika I.

1. Milyen távol csapott le a villám, ha a mennydörgést 10 másodperccel a felvillanás után hallottuk? A fénysebesség $3 \cdot 10^8$ m/s, a hang sebessége 340 m/s. 3,4 km
2. Mennyi idő múlva érkezik vissza a Földre a Holdon elhelyezett saroktükörről a Földről kibocsátott lézerimpulzus? A Föld-Hold távolság 384 400 km. 2,56 s
3. Milyen hosszú egy 10 m-es, függőleges helyzetű rúd árnyéka, ha a Nap 30°-os szöggel van a látóhatár felett?
4. Két síktükör egymással 90°-os szöget zár be. A beeső fénysugár mindkét tükörről egyszer visszaverődik. Az eredeti irányhoz képest milyen irányban halad a visszavert fénysugár?
   az ellenkező irányban
5. Két síktükör egymással 45°-os szöget zár be. A beeső fénysugár mindkét tükörről egyszer visszaverődik. Mennyi a beeső és visszavert fénysugár által bezárt szög? 90°
6. A camera obscura (sötétkamra) egy minden oldalról fénytől védett doboz, melybe a fény apró lyukon keresztül hatol be. A sötétkamra lyukkal szemközti, a lyuktól 20 cm távol lévő hátfalán a sötétkamrától 10 m távolságra lévő oszlop képe 6 cm nagyságú.
   a) Milyen állású képet látunk a sötétkamra lyukkal szemben lévő oldalán?
      fordított állású
   b) Virtuális, vagy valódi a kép? valódi
   c) Milyen magas az oszlop? 3 m
7. Síktükörtől 2 m távolságra van a tárgy.
   a) Hol látszik a tárgy képe? 2 m-rel a tükör mögött
   b) Mekkora a kép? a tárggyal megegyező nagyságú
   c) Virtuális, vagy valódi a kép? virtuális
   d) Milyen állású a kép? egyenes állású
8. A család legmagasabb tagja 190 cm, a legkisebb pedig 140 cm magas. Tegyük fel, hogy mindegyik családtag szeme a magasságánál 10 cm-rel alacsonyabban van.
   a) Mekkora tükröt kell venni ahhoz, hogy a családban mindenki tetőtől talpig láthassa magát a tükörben? 120 cm
   b) A padlótól milyen magasra kell tenni a tükör alját? 65 cm
9. Homorú gömbtükör görbületi sugara 1 m. Mennyi a fókusztávolsága? 0,5 m
10. Domború gömbtükör görbületi sugara 1 m. Mennyi a fókusztávolsága? -0,5 m
11. * Homorú gömbtükör görbületi sugara 40 cm.
    a) Milyen távol van a tárgy a tükörtől, ha kétszeres nagyítású, valódi képet kapunk?
       30 cm
    b) Milyen távol van a tárgy a tükörtől, ha kétszeres nagyítású, virtuális a kép?
       10 cm
12. * Gömbtükörben a virtuális kép feleakkora, mint a tárgy. Ha a tárgyat 10 cm-rel közelebb visszük a tükörhöz, a kép a tárgy nagyságának a 2/3-a.
    a) Mennyi a tükör fókusztávolsága? -20 cm
    b) Domború, vagy homorú a tükör? domború
    c) Mennyi a tükör görbületi sugara? -40 cm
13. * Mekkora görbületi sugarú tükörben látjuk az arcunkat kétszeres nagyításban, ha az arcunkat 25 cm távolságra tartjuk? 1 m

14. Egy tárgynak homorú tükörrel előállított valódi képe háromszor nagyobb a tárgynál. A tárgy és képe közötti távolság 40 cm.
    a) Mennyi a tárgytávolság? 20 cm
    b) Mennyi a képtávolság? 60 cm
    c) Mennyi a fókusztávolság? 15 cm
    d) Mennyi a tükör görbületi sugara? 30 cm
15. * Egy tárgynak homorú tükörrel előállított virtuális képe háromszor nagyobb a tárgynál. A tárgy és képe közötti távolság 40 cm.
    a) Mennyi a tárgytávolság? 10 cm
    b) Mennyi a képtávolság? -30 cm
    c) Mennyi a fókusztávolság? 15 cm
    d) Mennyi a tükör görbületi sugara? 30 cm
16. * 2 m görbületi sugarú (domború) közlekedési tükörtől 15 m távolságban áll egy személyautó.
    a) Mennyi a tükör fókusztávolsága? -1 m
    b) Hányszor kisebb képet látunk a tükörben? 16-szor
17. Cirkóniumban a fénysebesség $1{,}52 \cdot 10^8$ m/s. Mennyi a cirkónium abszolút törésmutatója?
    1,974
18. A víz abszolút törésmutatója 4/3. Mennyi a fény terjedési sebessége a vízben?
    $2{,}25 \cdot 10^8$ m/s
19. Mennyi az 1,6 abszolút törésmutatójú üvegnek a vízre vonatkozó törésmutatója?
    1,2
20. Mennyi a levegőből 30°-os beesési szöggel vízbe érkező fénysugár törési szöge?
    22°
21. * 30° törésszögű, 1,7 törésmutatójú prizma egyik oldallapjára merőlegesen esik be a fénysugár. Hány fokos szöget zár be a szemközti oldalon kilépő fénysugár az utóbbi síkjával?
    31,8°
22. * 60° törésszögű, flintüvegből készült prizma törésmutatója ibolya színű fényre 1,66, vörös színű fényre 1,62. Mennyi a prizmából kilépő vörös és ibolya színű fény eltérülési szögének különbsége, ha a prizmára érkező fehér fény beesési szöge 50°? 4,61°
23. Nagyobb törésmutatójú közegből kisebb törésmutatójú közegbe tartó fénysugár a két közeg határfelületén teljes visszaverődést szenved, ha a beesés szöge nagyobb a teljes visszaverődés határszögénél. Mennyi a teljes visszaverődés határszöge víz-levegő határfelületen? A víz levegőre vonatkozó törésmutatója 4/3. 48,6°
24. Mennyi a teljes visszaverődés határszöge az üveg -víz határfelületen, ha a víz abszolút törésmutatója 4/3, az üvegé pedig 1,5? 62,73°
25. * A fénysugár két különböző n_1 és n_2 törésmutatójú közeg határfelületén részben visszaverődik, részben megtörik. Ha a megtört fénysugár merőleges a visszavertre, a visszavert fénysugár lineárisan polarizált. Az ehhez tartozó beesési szög a Brewster szög. 1,6 törésmutatójú üveg esetén mennyi a Brewster szög? 58°
26. * 2 m mély medence alján van egy kis golyó. Ha közel merőleges irányból nézünk a vízre, milyen mélyen látjuk a golyót? (Kis szögek esetén $\sin x \approx \operatorname{tg} x$) 1,5 m mélyen

27. * Fénysugár 30°-os beesési szöggel esik 10 mm vastag, 1,5 törésmutatójú planparallel üveglemezre. Mennyivel tolódik el a haladási irányra merőleges irányban a kilépő fénysugár a belépőhöz képest? 1,94 mm
28. Az optikai szál magjának törésmutatója 1,7, a magot körülvevő köpenyé 1,52. Mennyi az üvegszálban haladó fénysugár teljes visszaverődésének határszöge? 63,4°
29. Mennyi a fókusztávolsága annak az 1,5 törésmutatójú üvegből készült bikonvex lencsének, melyet 2,5 cm és 4 cm sugarú gömbfelületek határolnak? 3,08 cm
30. Mennyi a fókusztávolsága annak az 1,5 törésmutatójú üvegből készült konvex konkáv lencsének, melyet 2,5 cm és 4 cm sugarú gömbfelületek határolnak? 13,33 cm
31. Mennyi a fókusztávolsága annak az 1,5 törésmutatójú üvegből készült bikonkáv lencsének, melyet 2,5 cm és 4 cm sugarú gömbfelületek határolnak? -3,08 cm
32. * Vízben mennyi a fókusztávolsága annak az 1,5 törésmutatójú üvegből készült bikonvex lencsének, melyet 2,5 cm és 4 cm sugarú gömbfelületek határolnak? 12,31 cm
33. Vékony, szimmetrikus bikonvex n = 1,5 törésmutatójú üvegből készült lencse 10 dioptriás.
    a) Mennyi a lencse fókusztávolsága? 10 cm
    b) Mennyi a határoló gömbfelületek sugara? 10 cm
34. Vékony, *n* = 1,5 törésmutatójú plánkonvex lencse 5 dioptriás, a tárgy a lencsétől 40 cm távolságban van.
    a) Mennyi a lencse fókusztávolsága? 20 cm
    b) Mennyi a határoló gömbfelület sugara? 10 cm
    c) Mennyi a képtávolság? 40 cm
    d) Mennyi a nagyítás? 1
35. Egy domború lencse a 20 cm távol lévő tárgyról a lencsétől 40 cm távolságban lévő ernyőn hoz létre éles képet.
    a) Mennyi a lencse fókusztávolsága? 13.33 cm
    b) A kép valódi, vagy virtuális? valódi
    c) Milyen állású a kép? fordított állású
    d) Mennyi a nagyítás? 2
36. A lencsétől 24 cm távolságra lévő tárgyról a lencsétől 8 cm távolságban keletkezik a látszólagos kép.
    a) Mennyi a lencse fókusztávolsága? -12 cm
    b) Mennyi a nagyítás? -1/3
37. * Egy *n* = 1,5 törésmutatójú, vékony lencsétől 10 cm távolságra van a tárgy valódi képe. Ha az egész elrendezést vízbe merítjük, a tárgy képe a lencsétől 60 cm távolságra lesz. A fény terjedési sebessége vízben a vákuumban mért érték ¾-e.
    a) Mennyi a tárgytávolság? 90 cm
    b) Mennyi a lencse fókusztávolsága a levegőben? 9 cm

17. Elektromágneses hullámok, hullámoptika

1. A He-Ne lézer vörös színű fényének hullámhossza vákuumban 632,8 nm.
   a) Mennyi a hullám frekvenciája? $4{,}74\cdot10^{14}$ Hz
   b) Mennyi a hullám körfrekvenciája? $2{,}98\cdot10^{15}$ Hz
   c) Mennyi a hullám periódusideje? $2{,}11\cdot10^{-15}$ s
   d) Mennyi a (cirkuláris) hullámszám? $9{,}93\cdot10^{6}$ rad/s
   e) Mennyi a fény hullámhossza *n* =1,5 törésmutatójú üvegben? 421,86 nm
2. Elektromágneses hullám terjedési sebessége vákuumban $3\cdot10^{8}$ m/s. Mennyi a vákuum permittivitása, ha a vákuum permeabilitása $4\pi\cdot10^{-7}$? $8.85\cdot10^{-12}$ As/Vm
3. a) Mekkora annak a közegnek az abszolút törésmutatója, melyben a fényhullám terjedési sebessége $2{,}25\cdot10^{8}$ m/s? 1,33
   b) Mennyi a közeg relatív permittivitása, ha relatív permeabilitása μ_r= 1?
   1,77 As/Vm
4. Vákuumban haladó harmonikus elektromágneses hullámban az elektromos térerősség amplitúdója 45 000 V/m. Mennyi a mágneses indukció vektorának amplitúdója?
   $1{,}5\cdot10^{-4}$ T
5. Vákuumban a +*z* irányban terjedő harmonikus elektromágneses síkhullámban az elektromos térerősséget az $E_x(\vec{r},t) = 3000\sin(kz-\omega t)$ V/m függvény adja meg.
   a) Mennyi a hullám mágneses indukció vektorának amplitúdója? 10 μT
   b) Írja fel a hullám mágneses indukció vektorát megadó függvényt!
   $B_y(\vec{r},t) = 1\cdot10^{-5}\sin(kz-\omega t)$ T
6. μ_r= 1 relatív permeabilitású közegben terjedő elektromágneses síkhullám indukció vektorát a $B_x(\vec{r},t) = 2\cdot10^{-5}\sin(2\cdot10^{7}z + 3\cdot10^{15}t)$ T függvény adja meg
   a) Mennyi a hullám frekvenciája?
   b) Mennyi a hullámhossz?
   c) Mennyi a hullám fázissebessége?
   d) Mennyi a közeg törésmutatója?
   e) Mennyi a közeg relatív permittivitása?
   f) Mennyi az elektromos térerősség vektorának amplitúdója?
   g) Írja fel a hullám elektromos térerősség vektorát megadó függvényt!
   $E_x(\vec{r},t) = -6\cdot10^{3}\sin(2\cdot10^{7}z + 3\cdot10^{15}t)$ V/m
7. * Két azonos frekvenciájú, polarizációjú és amplitúdójú síkhullám halad a +z irányba. A két koherens hullám fáziskülönbsége ϕ, az egyik hullámot az $E_x(\vec{r},t) = E_0\cos(kz-\omega t)$ függvény írja le.
   a) Mennyi az eredő síkhullám amplitúdója? $2E_0\cos(\frac{\phi}{2})$
   b) Ha a két hullám fázisban van, az eredő hullám intenzitása hányszorosa bármelyik összetevő intenzitásának? négyszerese
   c) Síkhullámot feltételezve, mennyi a mágneses indukció amplitúdója? 91 μT
8. * Elektromágneses hullám energia-fluxusát – a terjedési irányra merőleges, egységnyi felületen áthaladó energiát – az $(\vec{E}\,x\,\vec{B})/\mu_0$ Poynting vektor időátlagából számíthatjuk. Felhasználva, hogy a szinusz vagy koszinusz függvény négyzetének átlagértéke ½, adja meg az elektromágneses hullám intenzitását

a) az elektromos térerősség és a mágneses indukció amplitúdójának segítségével! $I = E_0 B_0 / 2\mu_0$

b) az elektromos térerősség amplitúdójának segítségével! $I = c\varepsilon_0 E_0^2/2$

c) a mágneses indukció amplitúdójának segítségével! $I = cB_0^2/2\mu_0$

9. * Mennyi lendületet (impulzust) szállít egy $6\cdot10^{-3}$J energiájú elektromágneses hullám vákuumban? $2\cdot10^{-11}$ kg m/s
10. Mennyi a tömege egy 18 mJ energiájú elektromágneses hullámnak? $2\cdot10^{-19}$ kg
11. Egy 448 nm hullámhosszon működő argon lézer teljesítménye 1 W, a nyaláb keresztmetszete 1 mm^2.
    a) Mennyi a nyaláb intenzitása? 10^6 W/m^2
    b) Síkhullámot feltételezve, mennyi az elektromos térerősség amplitúdója? 27446 V/m
12. A napsugár intenzitása az atmoszféra felső rétegében kb. 1300 W/m^2. Ha a napfény egyetlen szinuszos elektromágneses hullámból állna,
    a) mennyi lenne az elektromos térerősség amplitúdója? 989,6 V/m
    b) mennyi lenne a mágneses indukció amplitúdója? 3,3 µT
13. * 3 W/m^2 intenzitású (teljesítménysűrűségű) elektromágneses síkhullám esik a terjedési irányra merőlegesen elhelyezett 100 cm^2 területű síktükörre.
    a) Mennyi a tükör által másodpercenként visszavert elektromágneses energia? $3\cdot10^{-2}$J/s
    b) Mennyi az elektromágneses hullám által a tükörnek másodpercenként átadott impulzus? $2\cdot10^{-10}$J/s
    c) Mekkora erő hat a tükörre? $2\cdot10^{-10}$N
    d) Mennyi a sugárnyomás? $2\cdot10^{-8}$ Pa
14. * 3 W/m^2 teljesítménysűrűségű elektromágneses síkhullám esik a terjedési irányra merőlegesen elhelyezett, 100 cm^2 területű, az elektromágneses hullámot teljesen elnyelő lemezre.
    a) Mennyi elektromágneses energiát nyel el másodpercenként a lemez? $3\cdot10^{-2}$ J/s
    b) Mennyi az elektromágneses hullám által a lemeznek másodpercenként átadott impulzus? $1\cdot10^{-10}$J/s
    c) Mekkora erő hat a lemezre? $2\cdot10^{-10}$N
    d) Mennyi a sugárnyomás? $1\cdot10^{-8}$ Pa
15. * Nátrium 589,3 nm hullámhosszúságú sárga fénye merőlegesen esik optikailag síkfelületű, 20 µm vastagságú, *n* = 1,434 törésmutatójú fluorit lemezre.
    a) Mennyi a sárga fény hullámhossza a fluoritban? 410,95 nm
    b) Mennyi az optikai úthossz a fluoritban? 28,68 µm
    c) A fluorit lemezen történő áthaladás során mennyivel változik meg a fényhullám fázisa az ugyanilyen vastagságú levegőréteghez képest? (A kapott eredményből vonja le 2π egészszámú többszörösét, hogy a fáziskülönbségre 0 és 2π közötti számot kapjon!) 4,58 rad
16. * Két különböző törésmutatójú közeg határfelületén a ƛ hullámhosszúságú elektromágneses hullám részben visszaverődik. A nagyobb törésmutatójú közegről visszaverődő hullám π (180°) fázisugrást szenved. Ha a fény merőlegesen esik a párhuzamos síkokkal határolt, *d* vastagságú, *n* törésmutatójú plánparallel lemezre,

a) mennyi a két visszavert hullám fáziskülönbsége? $\frac{2\pi}{\lambda}2nd + \pi$

b) mekkora fáziskülönbség estén kapunk intenzitásmaximumot?
ha a fáziskülönbség 2π egészszámú többszöröse

c) adott *d* vastagság esetén milyen hullámhosszúság esetén kapunk intenzitásmaximumot?
$\lambda = \frac{4nd}{2m-1}$, *m* = 1, 2, 3, …

17. * A levegőből az üveg felületére merőlegesen beeső fényintenzitás egy része visszaverődik. A visszavert intenzitás tükrözés-gátló (antireflexiós) bevonattal csökkenthető. Ha a bevonat törésmutatója a két szélső közeg törésmutatójának mértani középarányosa, $n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$, és a bevonat vastagságát megfelelően választjuk meg, akkor egy adott λ hullámhosszúságra zérus reflexióképességet kaphatunk. Példánkban n_1 a levegő, n_2 a bevonat és n_3 az üveg abszolút törésmutatója.
    a) Az n_2 törésmutatójú, *d* vastagságú vékonyréteg két oldaláról visszavert elektromágneses hullám fáziskülönbségének mennyinek kell lennie ahhoz, hogy a reflexió minimális legyen? π páratlan-számú többszöröse
    b) Adott n_2 törésmutatójú, *d* vastagságú vékonyréteg esetén milyen λ hullámhosszúsághoz tartozik a minimális reflexió? $\lambda = \frac{4n_2 d}{2m+1}$, ahol *m* = 0, 1, 2, 3, …
18. * Milyen (minimális) vastagságú réteget kell magnézium fluoridból (*n* = 1,38) flintüvegre (*n* = 1,656) párologtatni, hogy az 550 nm hullámhosszúságú sárga fényre közelítőleg reflexiómentes bevonatot kapjunk? 99,64 nm
19. * Egy *d* = 110 nm vastagságú, *n* = 1,45 törésmutatójú szappanbuborékot fehér fénnyel világítunk meg.
    a) Mennyi a szappanbuborékra merőlegesen beeső és a buborék külső és belső felületéről visszaverődő hullám fáziskülönbsége? $\frac{2\pi}{\lambda}2nd + \pi$
    b) Milyen hullámhosszúság esetén kapunk intenzitásmaximumot? 638 nm
    c) Milyen színűnek látjuk a buborék közepéről visszavert fényt? vörös színűnek
20. Két keskeny, egymástól 0,5 mm távolságban lévő párhuzamos rést 589 nm hullámhosszúságú fénnyel világítunk meg. Mennyi a két résből kiinduló hullám fáziskülönbsége az 1,5 m távolságban elhelyezett ernyőn a központi maximumtól 0,3 mm-re? 1,066 rad
21. * Monokromatikus fénnyel végrehajtott Young-féle kétréses kísérletben a két párhuzamos, keskeny rés távolsága 0,5 mm. A réstől 1,5 m távolságban lévő ernyőn egymástól 1,5 mm távolságban fényes interferenciacsíkokat figyelhetünk meg.
    a) A fényes interferenciacsíknál mekkora fáziskülönbséggel érkezik a két résből induló hullám az ernyőre? 2π egészszámú többszöröse
    b) A sötét interferenciacsíknál mekkora fáziskülönbséggel érkezik a két résből induló hullám az ernyőre? π páratlan számú többszöröse
    c) Mekkora fáziskülönbség tartozik a központi maximumhoz (a nulladrendű fényes csíkhoz)? 0
    d) Mekkora fáziskülönbség tartozik az első rendhez? 2π
    e) Milyen hullámhosszúságú fényt használtunk a kísérletben? 500 nm
22. * Kétréses interferencia kísérletben a keskeny párhuzamos rések közötti távolság 0,4 mm, az ernyő távolsága 2 m, a fényforrás a nátrium 589 nm hullámhosszúságú sárga vonala. Mennyi a szomszédos interferenciacsíkok közötti távolság az ernyőn?
    2,945 mm

23. * 20 µm széles, keskeny résre merőlegesen 632,8 nm hullámhosszúságú fénynyaláb esik.
    a) Milyen széles az elhajlási kép központi maximuma fokokban mérve? 3,63°
    b) Milyen széles a központi maximum a 1,5 m távolságban lévő ernyőn? 9,5 cm
    c) Milyen széles az elhajlási kép központi maximuma fokokban mérve, ha a rés szélessége 2 µm? 36,9°
24. * Két különböző hullámhosszúságú síkhullám merőlegesen érkezik a 0,5 mm szélességű résre és úgy hajlik el, hogy a központi maximum melletti első minimumnak a középponttól mért távolsága a 3 m távolságban lévő ernyőn 8 mm, illetve 5,6 mm. Mekkorák a hullámhosszúságok?
    666,7 nm és 466,7 nm
25. * Hány interferenciacsíkot kapunk a Young-féle két réses kísérlet központi diffrakciós csúcsában, ha a rések távolsága a résszélesség hatszorosa? 11
26. * 632,8 nm hullámhosszúságú fény merőlegesen esik egy 7500 vonal/cm osztású diffrakciós rácsra.
    a) Mennyi a szomszédos vonalak távolsága? 1,33 µm
    b) Mekkora szögeltérülés tartozik az első rendhez? ±28,33°
    c) Mekkora szögeltérülés tartozik a második rendhez? ±71,66°
    d) Határozza meg a legnagyobb megfigyelhető rendet! 2. rend
    e) Hány főmaximum látható az ernyőn? 5
27. * 589 nm hullámhosszúságú fénnyel megvilágított optikai rács harmadik rendje a nulladrendtől az 1,5 m távol lévő ernyőn 16,5 cm távolságban látható. Mennyi a rácsállandó?
    16,16 µm
28. * 400 nm és 700 nm hullámhosszúság közötti fehér fény esik a 10 000 vonal/cm felbontású rácsra.
    a) Mennyi a rácsállandó? 1 µm
    b) Milyen széles az első rendben a spektrum a 2 m távolságban lévő ernyőn?
    1,09 m
29. * Elfedheti–e egymást a rács első és másodrendű színképe, ha a rácsot látható fénnyel (400-700 nm) világítjuk meg? nem fedheti át, mert a 400 nm hullámhosszúságú fény eltérülésének szöge másodrendben nagyobb, mint a 700 nm hullámhosszúságú fény eltérülésének szöge első rendben
30. * Hány fokkal van a Nap a horizont felett, amikor a sima vízfelületről visszavert fény teljesen polarizált? (A víz törésmutatója 4/3.) 36,9°
31. * Polarizálatlan fény esik üvegfelületre. A visszavert fény lineárisan polarizált, ha a levegőből érkező fénysugár beesési szöge 57,7°. Mennyi az üveg törésmutatója?
    1,58
32. Ha egy ideális polarizátorra I_0 intenzitású, cirkulárisan polarizált hullám esik, mennyi az áteresztett hullám intenzitása? $I_0/2$
33. Milyen az $E_x = E_o\cos(kz - \omega t)$ hullám polarizációja?
    az *x* tengely mentén lineárisan polarizált
34. Milyen az $E_x = E_o\cos(kz - \omega t),\ E_y = E_o\cos(kz - \omega t)$ hullám polarizációja?
    az *x* és *y* tengelyek szögfelező síkja mentén lineárisan polarizált.
35. Milyen az $E_x = E_o\cos(kz - \omega t),\ E_y = -E_o\cos(kz - \omega t)$ hullám polarizációja?
    Az *x* és -*y* tengelyek szögfelező síkja mentén lineárisan polarizált.

36. * Milyen az $E_x = E_o\cos(kz - \omega t),\ E_y = E_o sin(kz - \omega t)$ hullám polarizációja?
balra (az óramutató járásával ellentétes irányban) cirkulárisan (körkörösen) polarizált
37. * Milyen az $E_x = E_o\cos(kz - \omega t),\ E_y = -E_o sin(kz - \omega t)$ hullám polarizációja?
jobbra (az óramutató járása szerint) cirkulárisan (körkörösen) polarizált
38. * Milyen az $E_x = E_o\cos(kz - \omega t),\ E_y = 2E_o sin(kz - \omega t)$ hullám polarizációja?
balra elliptikusan polarizált
39. * Milyen az $E_x = E_o\cos(kz - \omega t),\ E_y = -2E_o sin(kz - \omega t)$ hullám polarizációja?
jobbra elliptikusan polarizált
40. Polaroid lemez áteresztőképessége a polarizációs irányban 0,84. I_0 intenzitású polarizálatlan beeső fény esetén mennyi az áteresztett fény intenzitása?
0,42 I_0
41. I_0 intenzitású polarizált fény esik merőlegesen egy ideális polarizátorra.
   a) Mennyi az áteresztett intenzitás, ha a polarizáció síkja 30°-os szöget zár be a polarizátor polarizációs tengelyével? 0,75 I_0
   b) Mennyi az áteresztett intenzitás, ha a polarizáció síkja 45°-os szöget zár be a polarizátor polarizációs tengelyével? $I_0/2$
   c) Mennyi az áteresztett intenzitás, ha a polarizáció síkja 60°-os szöget zár be a polarizátor polarizációs tengelyével? $I_0/4$
   d) Mennyi az áteresztett intenzitás, ha a polarizáció síkja 90°-os szöget zár be a polarizátor polarizációs tengelyével? 0
42. * Két párhuzamos, egymásra merőleges tengelyű, ideális polarizátorra I_0 intenzitású polarizálatlan fény esik.
   a) Mennyi az áteresztett fény intenzitása? 0
   b) Mennyi az áteresztett fény intenzitása, ha a kettő közé egy harmadik, ezekkel 45°-os szöget bezáró polarizációs tengelyű polarizátort helyezünk? $I_0/8$
43. * A *d* vastagságú, kettősen törő kristályra az optikai tengellyel θ szöget bezáró, E_0 amplitúdójú, a *z* tengely irányában haladó, lineárisan polarizált nyalábot ejtünk. A hullám optikai tengellyel párhuzamos polarizációjú komponense - az *y* komponens - a rendellenes (extraordinárius) hullám, az optikai tengelyre merőleges komponense - az *x* komponens - a rendes (ordinárius) hullám . A két hullám terjedési sebessége a kristályban különböző, így fázisuk a kristályon történő áthaladás közben különbözőképpen változik. A fáziskülönbség a $d\ (n_o - n_e)$ optikai úthossz-különbségből számítható.
   a) Mennyi a két hullám φ fáziskülönbsége? $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_0 - n_e)d$
   b) Ha a kilépő hullám *x* komponensét az $E_x(z,t) = E_0\ sin\theta \sin(kz - \omega t)$ kifejezés adja meg, mivel egyenlő a hullám *y* komponense?
   $E_y(z,t) = E_0 cos \sin(kz - \omega t)$

44. * Nátrium 589 nm hullámhosszúságú, sárga fénye kettősen törő kalcit kristályra esik. A rendes (ordinárius) sugár törésmutatója n_o = 1,658, a rendellenes (extraordinárius) sugár törésmutatója n_e = 1,486.
   a) Mennyi a kristályban a rendes sugár hullámhossza? 355,2 nm
   b) Mennyi a kristályban a rendellenes sugár hullámhossza? 396,4 nm

c) Mennyi a két hullám fáziskülönbsége, ha a kalcit vastagsága d?
$\frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$ = 1,835·10$^6 d$

45. * A kettősen törő kvarc kristály polarizációs tengelye párhuzamos a kristály felületével. A rendes (ordinárius) sugár törésmutatója n_o = 1,544, a rendellenes (extraordinárius) sugár törésmutatója n_e = 1,553. A kristályra az optikai tengelyre merőlegesen 589 nm hullámhosszúságú, lineárisan polarizált síkhullám esik, a fény polarizációs síkja 45°-os szöget zár be az optikai tengellyel.

a) A kristályban terjedő két hullám mekkora fáziskülönbsége esetén fordul el a hullám polarizáció síkja 90°-al? π rad (180°)
b) Milyen (minimális) vastagságú kvarc lemezzel lehet az 589 nm hullámhosszúságú, lineárisan polarizált síkhullám polarizációs síkját 90°-al elforgatni? 32,7 µm

46. * He-Ne lézer 632,8 nm hullámhosszúságú, lineárisan polarizált fényéből cirkulárisan polarizáltat kívánunk előállítani kettősen törő kvarc kristály segítségével. A rendes (ordinárius) sugár törésmutatója n_o = 1,544, a rendellenes (extraordinárius) sugár törésmutatója n_e = 1,553, a fény polarizációja 45°-os szöget zár be az optikai tengellyel.

a) A kristályban terjedő két hullám mekkora fáziskülönbsége esetén kapunk cirkulárisan polarizált hullámot? π/2
b) Milyen (minimális) vastagságú kvarc lemez kell ahhoz, hogy cirkulárisan polarizált hullámot kapjunk? $d = \frac{\lambda}{4(n_e - n_o)}$ = 17,58 µm